

Protokoll

Fabry-Perot-Etalon

zum Modul:
Physikalisches Grundpraktikum 2

bei
Prof. Dr. Heyne
Nina Abmeier

am
Fachbereich Physik
Freien Universität Berlin



Ludwig Schuster (ludwig.schuster@fu-berlin.de)

Florian Conrad (florianc@zedat.fu-berlin.de)

(Gruppe 4)

20. Mai 2015   

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalische Grundlagen	2
2	Aufgabenstellung	4
3	Experimenteller Aufbau und Geräte	5
4	Durchführung	5
5	Messwerte	5
6	Auswertung	6
7	Zusammenfassung	7
8	Anhang	7

Abbildungsverzeichnis

1	Strahlenverlauf im Etalon	2
2	Kreise im Messokular	3
3	Aufbau d. Fabry-Perot-Spektrometer	3

Tabellenverzeichnis

1	Bezeichnungen	4
2	Messwerte Rote Linie	5
3	Messwerte Blaue Linie	5
4	Messwerte Grüne Linie	6
5	Auswertung Rote Linie	6
6	Auswertung Blaue Linie	6
7	Auswertung Grüne Linie	7

Literatur

[EKS06] EICHLER, Professor Dr. Hans J. ; KRONFELDT, Priv.-Doz. Dr. Heinz-Detlef ; SAHM, Professor Dr. J.: *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*. Springer Berlin Heidelberg, 2006

[Sch11] SCHATAT, Dr. B.: *Praktikumsskript Mikroskopie (MIK)*. 12 2011. – GP2 Skript MIK-neu

1 Physikalische Grundlagen

Das Fabry-Perot Etalon ist ein optischer Resonator, dieser kann als Spektroskopisches Messinstrument verwendet werden. Es besteht aus zwei halbdurchlässigen, plan-parallelen Spiegeln, die ein optisches Medium einschließen.

Einfallendes Licht eines bestimmten Winkels wird wie in Abbildung 1 teilweise Reflektiert und teilweise durchgelassen. Der entstehende Gangunterschied zwischen zwei Strahlen kann bestimmt werden:

$$\delta = \vec{AC} + \vec{CD} - \vec{AB} = 2d \cos \alpha \tag{1}$$

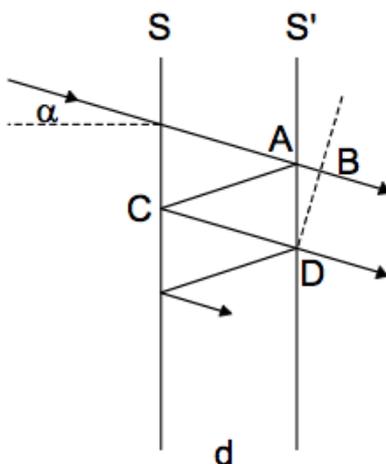


Abbildung 1: Schematische Darstellung des Strahlenverlaufs eines optischen Resonators, zu sehen ist der Zwischenraum der beiden Etalonspiegel S und S'. Der Lichtstrahl wird an den Punkten A,C und D jeweils teilweise zwischen den Spiegeln reflektiert, wodurch sich der Gangunterschied ergibt. (vgl. [Sch11] S.26)

Der Gangunterschied von zwei Strahlen muss $\delta = n\lambda$ betragen damit konstruktive Interferenz erzeugt wird, wobei n die Ordnung der Interferenz darstellt.

Das Fabry-Perot-Etalon erzeugt eine sehr große Anzahl an miteinander interferierenden Strahlen und Interferenzordnungen. Deshalb kann es als sehr genaue Apperatur gesehen werden, diese eignet sich sehr gut dafür Wellenlängenunterschiede zu bestimmen. Wellenlängenunterschiede in der Spektroskopie eignet.

1.0.1 Freier Spektralbereich

Der spektrale Bereich, welcher mit optischen Instrumenten analysiert werden kann ist sehr begrenzt. Die Interferenzbedingung für eine bestimmte Ordnung z lautet:

$$(z + 1)\lambda = z(\lambda + \Delta\lambda) \tag{2}$$

1.0.2 Fabry-Perot-Spektrometer

Ein Fabry-Perot-Spektrometer ist wie in Abbildung 3 aufgebaut. Das Licht der Lampe wird mit Hilfe einer Linse 1 auf eine zweite Linse geworfen. Das parallele Licht tritt nun in das Etalon ein und wird mit Hilfe des Objektivs auf dem Messokular abgebildet. Das Bild, welches im Messokular sichtbar wird, zeichnet sich als konzentrische Kreise ab.

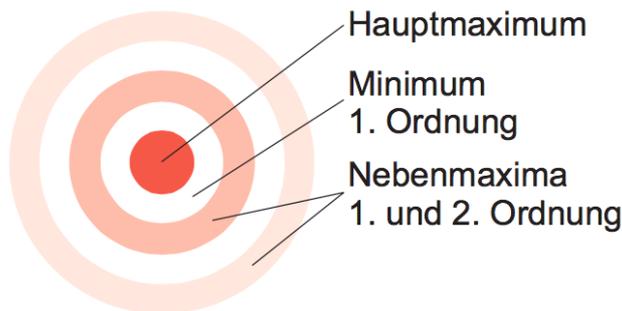


Abbildung 2: zeichnerische Darstellung der konzentrische Kreise, wie im Messokular bei der Messung beobachtbar. Von innen nach außen beschreiben die Kreise das Hauptmaximum nullter, das Minimum erster ,sowie die Nebenmaxima erster und zweiter Ordnung. (vgl. [EKS06] S. 417)

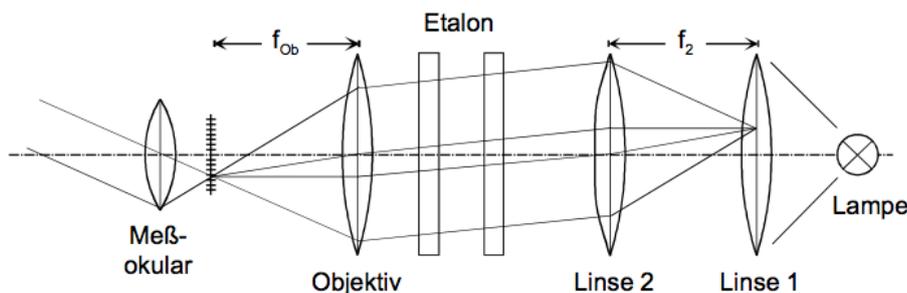


Abbildung 3: Schematische Darstellung eines Fabry-Perot-Spektrometers mit (vlnr) Messokular in der Brennweite des Objektivs ,Objektiv,Etalon Linse 2 und Linse 1 und der Lampe (vgl. [Sch11] S.28)

Um den Spiegelabstand d nach Gl. 3 zu berechnen, würde es genügen die Messung von zwei Kreisen durchzuführen , wobei i die Ordnung der gemessenen Kreise angibt.

$$d = i \cdot \frac{\lambda \cdot f^2}{r_i^2 + r_0^2} \tag{3}$$

Der relative Wellenlängenunterschied ist durch Messung zweier Radien für unterschiedliche Wellenlängen berechenbar. Mit der Formel:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{2f^2}(r^2 - r'^2) \tag{4}$$

Für die effiziente Nutzung des Etalons ist es wichtig die Apperatur zu kalibrieren. Dies geschieht mit Hilfe von Licht einer bekannten Wellenlänge.

1.0.3 Auflösungsvermögen

Das Auflösungsvermögen des Fabry-Perot-Etalons kann nach der Gleichung von Airy berechnet werden:

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{T}{1-R}\right)^2 \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1+R)^2} \sin^2 \phi\pi} \tag{5}$$

1.1 Messgleichungen

Im folgenden werden für den Versuch wichtige Formeln und Größen angegeben. In Tabelle 1 sind die Bedeutungen der Symbole aufgeführt. Die Fehler wurden nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet.

Symbol	Bezeichnung
out	Außenkante des Kreises
in	Innenkante des Kreises
Δa	Ablesefehler
r	Kreisradius
Δr	Fehler d. Kreisradius
d	Abstand der Etalon-Spiegel
Δd	Fehler d. Abstands der Etalon-Spiegel
λ	Wellenlänge des Lichts
$\Delta \lambda$	Fehler d. Wellenlänge des Lichts
b	Linienbreite
Δb	Fehler d. Linienbreite

Tabelle 1: Bezeichnungen der verwendeten Symbole.

Radius der Kreise

$$r = \frac{out_1 - in_1 - in_2 + out_2}{2} \quad (6)$$

Fehler des Radius der Kreise

$$\Delta r = \frac{\Delta a}{2} \quad (7)$$

Spiegelabstand

$$d = \frac{i\lambda f^2}{r_i^2 - r_0^2} \quad (8)$$

Fehler des Spiegelabstandes

$$\Delta d = \sqrt{\frac{f^2 i^2 (4\Delta r_0^2 f^2 \lambda^2 r_0^2 + \Delta \lambda^2 f^2 (r_0^2 - r^2)^2 + 4\lambda^2 (\Delta r^2 f^2 r^2 + \Delta d^2 (r_0^2 - r^2)^2))}{(r_0^2 - r^2)^4}} \quad (9)$$

Wellenlänge

$$\lambda = \frac{d(r_i^2 - r_0^2)}{i * f^2} \quad (10)$$

Fehler der Wellenlänge

$$\Delta \lambda = \sqrt{\frac{\Delta d^2 f^2 (r_0^2 - r^2)^2 + 4d^2 (\Delta r_0^2 f^2 r_0^2 + \Delta r^2 f^2 r^2 + \Delta f^2 (r_0^2 - r^2)^2)}{f^6 i^2}} \quad (11)$$

Linienbreite

$$b = \frac{out_1 - in_1 + in_2 - out_2}{2} \quad (12)$$

Fehler der Linienbreite

$$\Delta b = 2\Delta a \quad (13)$$

Die Fehler werden nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet

2 Aufgabenstellung

1. Aufbau und Justierung der Apparatur
2. Bestimmung des Plattenabstandes eines Fabry-Perot-Etalons mit der roten 643,9-nm-Linie von Cadmium und Berechnung der (ungefähren) Interferenzordnung.
3. Relative Bestimmung der Wellenlängen der grünen und der dunkelblauen Linie des Cadmium-Spektrums.
4. Abschätzung der Linienbreite der Interferenzmaxima für die rote Linie und Vergleich mit der erwarteten instrumentellen Linienbreite.

3 Experimenteller Aufbau und Geräte

- Optische Bank (Dreikantschiene)
- Cadmium-Spektrallampe mit Netzgerät
- Beleuchtungslinse
- Kollimatorlinse
- Irisblende
- Fabry-Perot-Etalon,
- Objektiv
- Messokular
- Farbfilter (rot, blau, grün)

Das Fabry-Perot-Etalon wurde nach Abbildung 3 aufgebaut.

4 Durchführung

Zuerst müssen die optischen Geräte (Linsen, Etalon, Blende) auf eine gemeinsame Höhe gebracht werden. Die oben genannten konzentrischen Kreise müssen im Messokular gut und scharf sichtbar sein.

Zum Messen der Linienabstände der Kreise wurden nach und nach verschiedene Farbfilter in den Strahlengang eingebracht. Nun konnte mit Hilfe des Messokulares die Abstände der Kreise gemessen werden. Dazu wurde das Fadenkreuz des Messokulares an den Rand eines Kreises gebracht und an der Millimeterschraube abgemessen. Um den Kreisradius zu bestimmen mussten jeweils die Außenseite und die Innenseite der Kreise abgemessen werden.

5 Messwerte

Kreis	out_1	in_1	in_2	out_2
0	$(12,17 \pm 0,03)$	$(11,63 \pm 0,03)$	$(8,88 \pm 0,03)$	$(8,47 \pm 0,03)$
1	$(13,11 \pm 0,03)$	$(12,75 \pm 0,03)$	$(7,72 \pm 0,03)$	$(7,39 \pm 0,03)$
2	$(13,82 \pm 0,03)$	$(13,59 \pm 0,03)$	$(6,88 \pm 0,03)$	$(6,66 \pm 0,03)$
3	$(14,48 \pm 0,03)$	$(14,27 \pm 0,03)$	$(6,19 \pm 0,03)$	$(6,05 \pm 0,03)$
4	$(15,07 \pm 0,03)$	$(14,90 \pm 0,03)$	$(5,76 \pm 0,03)$	$(5,52 \pm 0,03)$
5	$(15,49 \pm 0,03)$	$(15,26 \pm 0,03)$	$(5,21 \pm 0,03)$	$(4,99 \pm 0,03)$

Tabelle 2: Messwerte Rote Linie

Kreis	out_1	in_1	in_2	out_2
0	$(12,13 \pm 0,03)$	$(11,65 \pm 0,03)$	$(8,22 \pm 0,03)$	$(7,73 \pm 0,03)$
1	$(12,82 \pm 0,03)$	$(12,50 \pm 0,03)$	$(7,41 \pm 0,03)$	$(6,98 \pm 0,03)$
2	$(13,45 \pm 0,03)$	$(13,04 \pm 0,03)$	$(6,74 \pm 0,03)$	$(6,45 \pm 0,03)$
3	$(13,18 \pm 0,03)$	$(13,61 \pm 0,03)$	$(6,27 \pm 0,03)$	$(6,02 \pm 0,03)$
4	$(14,82 \pm 0,03)$	$(14,01 \pm 0,03)$	$(5,80 \pm 0,03)$	$(5,58 \pm 0,03)$
5	$(14,68 \pm 0,03)$	$(14,46 \pm 0,03)$	$(5,21 \pm 0,03)$	$(5,19 \pm 0,03)$

Tabelle 3: Messwerte Blaue Linie

Kreis	out_1	in_1	in_2	out_2
0	$(11,63 \pm 0,03)$	$(11,04 \pm 0,03)$	$(8,89 \pm 0,03)$	$(8,21 \pm 0,03)$
1	$(12,54 \pm 0,03)$	$(12,07 \pm 0,03)$	$(7,74 \pm 0,03)$	$(7,39 \pm 0,03)$
2	$(13,16 \pm 0,03)$	$(12,90 \pm 0,03)$	$(7,07 \pm 0,03)$	$(6,77 \pm 0,03)$
3	$(13,65 \pm 0,03)$	$(13,43 \pm 0,03)$	$(6,41 \pm 0,03)$	$(6,17 \pm 0,03)$
4	$(14,11 \pm 0,03)$	$(13,97 \pm 0,03)$	$(5,96 \pm 0,03)$	$(5,73 \pm 0,03)$
5	$(14,57 \pm 0,03)$	$(14,41 \pm 0,03)$	$(5,50 \pm 0,03)$	$(5,30 \pm 0,03)$

Tabelle 4: Messwerte Grüne Linie

6 Auswertung

Zunächst wurden mit Gleichung 6 aus den Rohmessungen der Kreise, die Radien der einzelnen Kreise ausgerechnet um mit Gleichung 8 den Spiegelabstand zu bestimmen. Aus den Werten wurde der gewichtete Mittelwert gebildet.

Tabelle 5: Auswertung Rote Linie

Kreis	Radius	Plattenabstand
0	$(1,613 \pm 0,015)$	
1	$(2,687 \pm 0,015)$	$(3,566 \pm 0,077)$
2	$(3,468 \pm 0,015)$	$(3,498 \pm 0,058)$
3	$(4,128 \pm 0,015)$	$(3,426 \pm 0,052)$
4	$(4,673 \pm 0,015)$	$(3,428 \pm 0,050)$
5	$(5,137 \pm 0,015)$	$(3,464 \pm 0,049)$

Gewichteter Mittelwert: $d = (3,469 \pm 0,011)mm$

Die grafische Auswertung auf Seite 9 im Kapitel 8 ergibt einen Anstieg von $b = (0.208534 \pm 0.001342)$. Multipliziert man das mit der Wellenlänge des Lichts, zusätzlich mit dem Quadrat der Brennweite der Linse ergibt sich letztendlich ein Wert von $d = (3,44 \pm 0,02mm)$ mm. Das Ergebnis aus der Rechnung stimmt somit mit dem aus der grafischen Auswertung überein.

$$\begin{aligned}
 d &= b \cdot \lambda \cdot f^2 \\
 &= 3,44
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

Jetzt wird mit dem gewichteten Mittelwert und der Gleichung 10 die Wellenlänge der unbekanntes blauen und der grünen Linie in Tabelle 6 und 7 bestimmt.

Kreis	Radius	Wellenlänge
0	$(1,958 \pm 0,015)$	
1	$(2,733 \pm 0,015)$	$(492,6 \pm 15)$
2	$(3,328 \pm 0,015)$	$(490,6 \pm 10)$
3	$(3,625 \pm 0,015)$	$(420,5 \pm 7,8)$
4	$(4,363 \pm 0,015)$	$(514,9 \pm 8,2)$
5	$(4,685 \pm 0,015)$	$(491,0 \pm 7,6)$

Tabelle 6: Auswertung Blaue Linie

Gewichteter Mittelwert aus Tabelle 6: $(479,9 \pm 1,8)nm$

Gewichteter Mittelwert aus Tabelle 7: $(503 \pm 1,7)nm$

Der Wert für die blaue Linie stimmt mit den Erwartungen gut überein, Cadmium hat eine starke Linie bei 480nm. Der Wert für die grüne Linie weicht etwas ab, liegt auch mit Fehlerwert nicht mehr im Fehlerintervall, doch der Wert bewegt sich trotzdem in der Richtung, die er sollte, zumindest wellenlängentechnisch ist er in der gleichen Größenordnung.

Es ergibt sich im besten Fall eine Linienbreite von

Kreis	Radius	Wellenlänge
0	$(1,393 \pm 0,015)$	
1	$(2,370 \pm 0,015)$	(498 ± 13)
2	$(3,055 \pm 0,015)$	$(501,0 \pm 8,8)$
3	$(3,625 \pm 0,015)$	$(506,0 \pm 7,8)$
4	$(4,098 \pm 0,015)$	$(503,1 \pm 7,3)$
5	$(4,545 \pm 0,015)$	$(407,3 \pm 7,1)$

Tabelle 7: Auswertung Grüne Linie

$$\Delta\lambda = (10 \pm 4)pm$$

was deutlich größer ist als der theoretisch erwartete Wert von etwa $4pm$. Dies lässt sich nicht mehr mit Verbreiterung durch thermische Effekte erklären, sondern wird sich eher in einer nicht optimalen Justage ergründen.

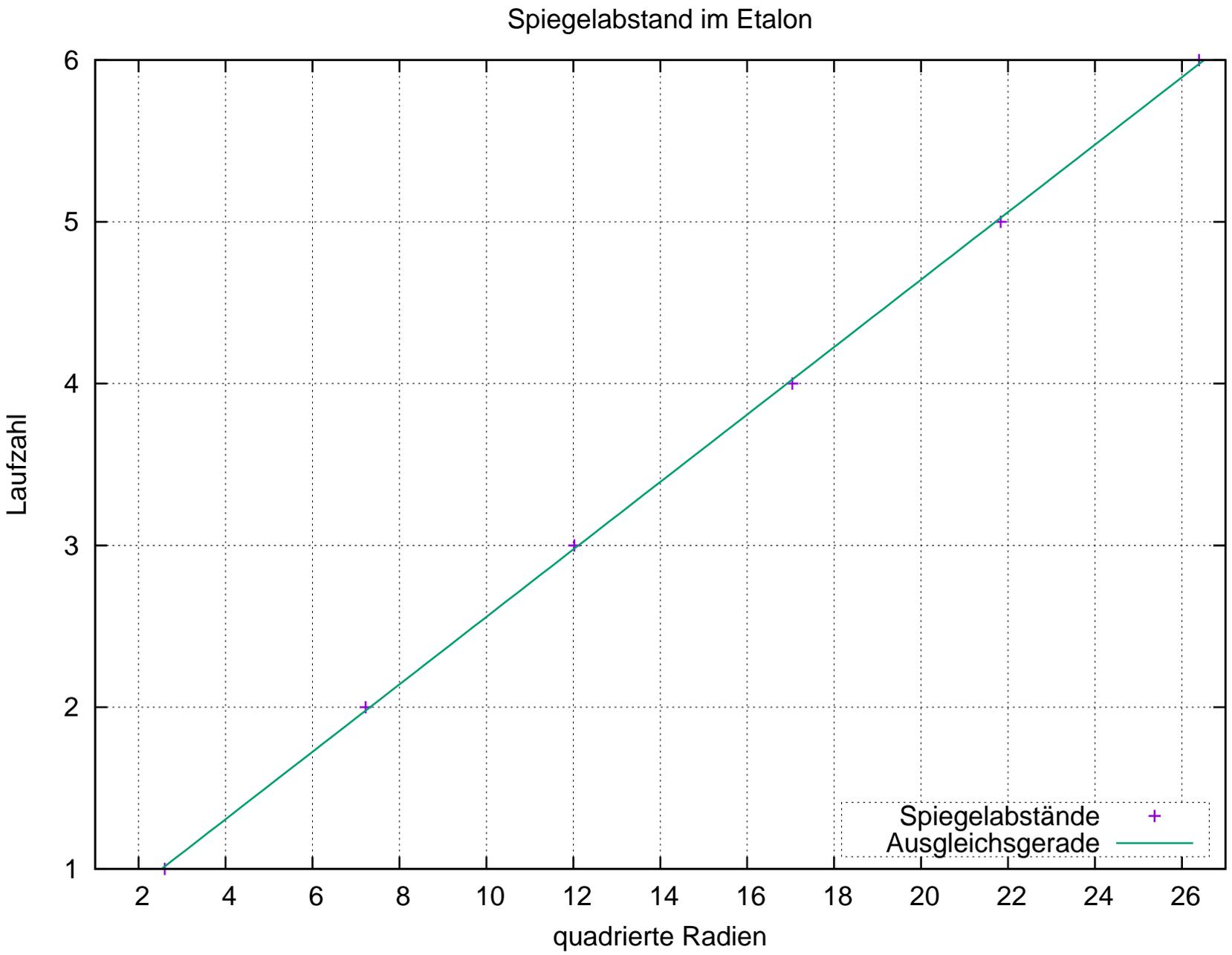
was aber deutlich, sogar sehr deutlich von dem in etwa erwarteten Wert von $4pm$ abweicht. Erklärbar ist das nun noch durch eine nicht perfekte Justage am Anfang des Versuches, oder das zwischenzeitliche dejustieren der Messanlage beim Arbeiten. Man stößt gelegentlich irgendwo gegen, verschiebt ggf. die ein oder andere Linse. So ein Fehler kann durchaus dadurch zu Stande kommen.

7 Zusammenfassung

Setzt man eine sehr gute Justierarbeit voraus, so eignet sich das Fabry-Perot-Etalon ebenfalls sehr gut für eine Spektralanalyse. Diese Justage ist aber nicht sehr einfach durchzuführen. Das Finden des Fadenkreuzes im Messokular ist anfänglich schwierig, da dieses sehr dünn ist. Auch das Anvisieren durch das Okular ist schwierig, durch das ständige Wechseln zwischen Okular und Mikrometerschraube ist das Messen mit einer gewissen Anstrengung verbunden. Der Plattenabstand konnte trotzdem gut bestimmt werden. Die Wellenlängenbestimmungen funktionierten gut. Die Ergebnisse derer stimmen bei der blauen Linie sehr gut mit dem Erwartungswert überein, bei der grünen gibt es leichte Abweichungen, was an einem systematischen Fehler liegen kann.

8 Anhang

Es folgen die eingescannten Originale der Messwerte und der Vorbereitung. Die Originale sind im Originalprotokoll angehängt.

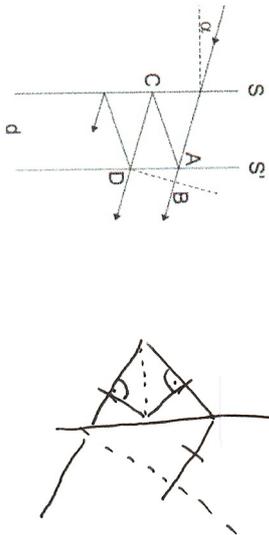


1 Physikalische Grundlagen

Das Fabry-Perot Etalon wird ein optischer Resonator, welcher als Spektroskopisches Messinstrument verwendet werden kann. Es besteht aus zwei halbdurchlässig, plan-parallelen Spiegeln, die ein optisches Medium einschließen.

Einfallendes Licht eines bestimmten Winkels wird wie in Abbildung 1 teilweise reflektiert und teilweise durchgelassen. Der entstehende Gangunterschied zwischen zwei Strahlen kann aus einfachen geometrischen Überlegungen bestimmt werden:

$$\delta = AC + CD - AB = 2d \cos \alpha \quad *$$



1 PHYSIKALISCHE GRUNDLAGEN



Abbildung 1: Schematische Darstellung des Strahlenverlaufs eines optischen Resonators
Der Gangunterschied zweier Strahlen muss $\delta = n\lambda$ betragen um konstruktive Interferenz zu erzeugen, wobei n die Ordnung der Interferenz darstellt.
Das Fabry-Perot-Etalon erzeugt eine große Anzahl an miteinander wechselwirkenden Strahlen und Interferenzordnungen, weshalb es als sehr genaue Apparatur gesehen werden kann, die sich hervorragend zur Untersuchung kleiner Wellenlängenunterschiede in der Spektroskopie eignet.

1.1 Freier Spektralbereich

Der spektrale Bereich, welches mit optischen Instrumenten analysiert werden kann ist begrenzt. Die Interferenzbedingung für eine bestimmte Ordnung lautet:

$$(4 + 1)\lambda = d(\lambda + \Delta\lambda) \quad (2)$$

$$\frac{d}{\cos \alpha} = \frac{d}{\cos \alpha} = \frac{d}{\cos \alpha} \quad \tan \alpha = \frac{1}{2} \frac{AB}{CD} = 2 \tan \alpha \cdot d$$

$$\sin \alpha = \frac{AB}{2 \tan \alpha \cdot d} = 2 \tan \alpha \cdot d \cdot \sin \alpha$$

$$\frac{d}{\cos \alpha} - 2d \cdot \tan \alpha \cdot \sin \alpha = 2d(1 - \sin^2 \alpha) = 2d \cos^2 \alpha$$

1.2 Fabry-Perot-Spektrometer

1.2 Fabry-Perot-Spektrometer

Ein Fabry-Perot-Spektrometer ist wie in Abbildung 2 aufgebaut. Das divergente Licht der Lampe wird mit Hilfe einer Linse 1 auf einer zweiten Beobachtungslinse abgebildet. Das parallele Licht tritt nun in das Etalon ein und wird mit Hilfe des Objektivs auf dem Messokular abgebildet. Das Bild im Messokular entspricht konzentrischen Kreisen.

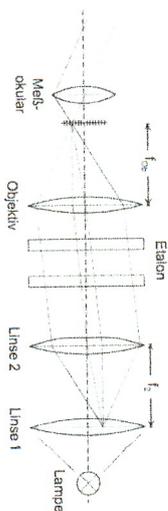


Abbildung 2: Schematische Darstellung eines Fabry-Perot-Spektrometers

Um den Abstand d nach Gl. 3 zu berechnen würde die Messung von zwei Kreisen reichen, wobei i die Ordnung der Kreise angibt.

$$d = i \cdot \frac{\lambda \cdot f^2}{r_1^2 + r_2^2} \quad (3)$$

Der relative Wellenlängenunterschied kann durch Messung zweier Radian für unterschiedliche Wellenlängen berechnet werden:

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda}{2f^2} (r^2 - r'^2) \quad (4)$$

Um das Fabry-Perot-Etalon effektiv zu nutzen ist es nötig die Apparatur mit Hilfe von Licht einer bekannten Wellenlänge zu kalibrieren.

1.3 Auflösungsvermögen

Das Auflösungsvermögen des Fabry-Perot-Etalons kann nach der Gleichung von Airy berechnet werden:

$$\frac{I}{I_0} = \left(\frac{r}{1-R} \right)^2 \frac{1}{1 + \frac{4R}{1+R^2} \sin^2 \phi \pi} \quad (5)$$

2 Messgleichungen

$$r = \frac{out_1 - in_1 - in_2 + out_2}{2} \quad (6)$$

3 AUFGABENSTELLUNG

$$\Delta r = \frac{\Delta a}{2} \tag{7}$$

$$d = \frac{i \lambda f^2}{r_1^2 - r_0^2} \tag{8}$$

$$\Delta d = \sqrt{\frac{f^2 i^2 (4 \Delta r_0^2 r_1^2 r_0^2 + \Delta \lambda^2 f^2 (r_0^2 - r_1^2)^2 + 4 \lambda^2 (\Delta r_0^2 f^2 r_1^2 + \Delta r_1^2 f^2 r_0^2 + \Delta r^2 (r_0^2 - r_1^2)^2))}{(r_0^2 - r_1^2)^4}} \tag{9}$$

$$\lambda = \frac{d(r_1^2 - r_0^2)}{i * f^2} \tag{10}$$

$$\Delta \lambda = \sqrt{\frac{\Delta d f^2 (r_0^2 - r_1^2)^2 + 4 f^2 (\Delta r_0^2 f^2 r_0^2 + \Delta r_1^2 f^2 r_1^2 + \Delta r^2 (r_0^2 - r_1^2)^2)}{f^6 i^2}} \tag{11}$$

$$b = \frac{out_1 - in_1 + in_2 - out_2}{2} \tag{12}$$

$$\Delta b = 2 \Delta a \tag{13}$$

- out* Außenkante des Kreises
- in* Innenkante des Kreises
- Δa Ablesefehler
- r Kreisradius
- Δr Fehler d. Kreisradius
- d Abstand der Etalon-Spiegel
- Δd Fehler d. Abstands der Etalon-Spiegel
- λ Wellenlänge des Lichts
- $\Delta \lambda$ Fehler d. Wellenlänge des Lichts
- b Linienbreite
- Δb Fehler d. Linienbreite

Die Fehler werden nach Gaußscher Fehlerfortpflanzung berechnet

3 Aufgabenstellung

1. Aufbau und Justierung der Apparatur
2. Bestimmung des Plattenabstandes eines Fabry-Perot-Etalons mit der roten 643,9-nm-Linie von Cadmium und Berechnung der (ungefähren) Interferenzordnung.
3. Relative Bestimmung der Wellenlängen der grünen und der dunkelblauen Linie des Cadmium-Spektrums.
4. Abschätzung der Linienbreite der Interferenzmaxima für die rote Linie und Vergleich mit der erwarteten instrumentellen Linienbreite.

$f =$