

9.5.2014

Freie Universität Berlin

- Fachbereich Physik –

Spezifische Ladung $\frac{e}{m_0}$ des Elektrons

Protokoll zum Versuch des physikalischen Grundpraktikums I

Teilnehmer:

Ludwig Schuster, ludwig.schuster@fu-berlin.de

Florian Conrad, florianc@zedat.fu-berlin.de

Tutor:

Sven Stripp

Praktikumsleiterin:

Dr. Beate Schattat

Physikalische Grundlagen	3
Aufgabe.....	5
Experimenteller Aufbau & Geräte.....	5
Geräte:.....	5
Experimenteller Aufbau:	5
Messprotokoll	7
Auswertung.....	11
Zusammenfassung & Diskussion	14
Quellenverzeichnis.....	15

Physikalische Grundlagen

Als kleinste, unspaltbare Elementarteilchen mit einer festen Ladung, welche auch passend Elementarladung e genannt wird und als gequantelten elektrischen Strom beschrieben, sind sie wahrhaftig sonderbar.

$$e \approx 1,6021829 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Diese Ladung herauszubekommen war nicht einfach. Erst durch das Gleichstellen von Einsteins Gesetz mit der Energie einer kugelförmigen Ladung, konnte der erste Schritt in die richtige Richtung erfolgen.

$$m_0 \cdot c^2 = \frac{e^2}{8\pi \cdot r \cdot \epsilon_0} \quad \text{Gleichung 1}$$

Dieser Zusammenhang kann genutzt werden, um den Radius r_0 auszurechnen. Dazu wird nach r umgestellt und aus quantenphysikalischen Gründen verdoppelt:

$$r_0 = \frac{e^2}{4\pi \cdot m_0 \cdot c^2 \cdot \epsilon_0} \quad \text{Gleichung 2}$$

Elektronen, als bewegte Ladungen, werden durch ein Magnetfeld nach der Lorentzkraft $\vec{F}_L$ abgelenkt. Diese Ablenkung erfolgt nach der Linken-Hand-Regel. Für den Fall, dass alle vektoriellen Größen (Geschwindigkeit des Elektrons $\vec{v}$, Magnetfeld $\vec{B}$, Lorentzkraft $\vec{F}_L$) senkrecht aufeinander stehen, ergibt sich:

$$F_L = e \cdot v \cdot B \quad \text{Gleichung 3}$$

Zudem wirkt durch die Ablenkung auf eine Kreisbahn die Zentrifugalkraft F_Z , welche nur für das bewegte Bezugssystem auszumachen ist. Setzen wir nun die sich kompensierenden Kräfte F_L und F_Z gleich, erhalten wir:

$$e \cdot v \cdot B = m_0 \cdot \omega^2 \cdot r \quad \text{Gleichung 4}$$

Hierbei ist die Umlauffrequenz des Elektrons, kurz Präzessionsfrequenz ω enthalten, welche wir, mit Hilfe der Beziehung $\omega = v/r$, auf folgende Weise berechnen können:

$$\omega = \frac{e \cdot B}{m_0} \quad \text{Gleichung 5}$$

Zudem ergibt sich aus Gleichung 4 ebenfalls:

$$\frac{e}{m_0} = \frac{v}{B \cdot r} \quad \text{Gleichung 6}$$

Nun wird deutlich, dass wir ohne Geschwindigkeit v und Magnetfeld B nicht in der Lage sein werden, die spezifische Ladung eines Elektrons auszurechnen. Hier kommen Hermann von Helmholtz und seine nach ihm benannten Spulen zu tragen. Diese konnten ein durch die Stromstärke I regulierbares Magnetfeld B schaffen.

$$B = \mu_0 * \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{I * N}{R}$$

Gleichung 7

Konstant bleiben in dieser Gleichung die Windungszahl N, der Abstand R, welcher gleich dem Radius der Spulen ist und die Permeabilität μ_0 .

So bleibt noch die fehlende Geschwindigkeit zur Bestimmung der spezifischen Ladung.

Zusammen mit der Glühkathode, welche durch angelegte Beschleunigungsspannung U Elektronen ausrichtet und namensgebend beschleunigt,

$$E = q * U$$

Gleichung 8

sowie dem Fadenstrahlrohr, welches den freigesetzten und durch den Wehneltzylinder gebündelten Elektronenstrahl sichtbar macht, kann schließlich experimentell die spezifische Ladung doch bestimmt werden:

$$e * U = \frac{1}{2} m * v^2$$

Gleichung 9

Durch Umstellen nach v^2 ergibt sich:

$$v^2 = 2U * \frac{e}{m_0}$$

Gleichung 10

Kombinieren wir nun Gleichung 6 und 10 miteinander, erhalten wir den Zusammenhang:

$$\frac{e}{m_0} = \frac{2U}{r^2 * B^2}$$

Gleichung 11

Gemeinsam mit dem als homogen zu betrachtendem Magnetfeld der Gleichung 7 lässt sich schließlich das folgende Gefüge bilden:

$$\frac{e}{m_0} = \frac{125U}{32} \left(\frac{R}{r * N * \mu_0 * I} \right)^2$$

Gleichung 12

Zur Berechnung sind nun nur noch die Werte einzutragen, welche zum größten Teil aus der Fachliteratur zu entnehmen sind:

$$r_0 = 2,8179378(70) * 10^{-15} m \quad \mu_0 = 1,2566 * 10^{-6} Vs/Am$$

$$\frac{e}{m_0} = 1,7588115(24) * 10^{11} \frac{C}{kg}$$

$$e = 1,6021829(22) * 10^{-19} C$$

$$m_0 = 9,109464(99) * 10^{-31} kg$$

Aufgabe

Bestimmung der spezifischen Ladung des Elektrons $\frac{e}{m_0}$ durch Messung der magnetischen Ablenkung von Elektronen in einem Fadenstrahlrohr.

Experimenteller Aufbau & Geräte

Geräte:

- Fadenstrahlrohr mit größtenteils evakuiertem, mit etwas Wasserstoff gefülltem Glaskolben in Helmholtzspulen [Phywe]:
 - $N = 154,0 \pm 0,1$
 - $R = (200 \pm 1) \text{ mm}$
- Radien der Elektronenbahnen: $r_{1,2,3,4} = (40,60,80,100 \pm 1) \text{ mm}$
- Betriebsgerät mit regelbarer Anodenspannung und weiteren Hilfsspannungen [Phywe]
- Magnetfeld-Netzgerät [Phywe]
- 2 Digitalmultimeter [Voltcraft VC220]:
 - DC-U: $\pm(1,0\%+5\text{dpts})$
 - DC-A: $\pm(1,2\%+8\text{dpts})$
- Verbindungskabel
- Tischlampe

Experimenteller Aufbau:

Das Fadenstrahlrohr war bereits zentral zwischen den Helmholtzspulen positioniert. Es wird den Kennzeichnungen entsprechend am Betriebsgerät angeschlossen, wobei ein Multimeter parallel zwischengeschaltet wird, um die Spannung zu messen. Eine Reihenschaltung verbindet die Helmholtzspulen miteinander, sowie das zweite Multimeter zur Stromstärkemessung und schließlich das Netzgerät. Die durch die Beschleunigungsspannung erhitzte Glühkathode bringt einen Elektronenstrahl zum Vorschein. Das Fadenstrahlrohr wird je Elektronenbahnradius so ausgerichtet, dass der Strahl beim bestehenden Magnetfeld eine Kreisbahn anstelle einer Spirale zeigt. Die Aufnahme der Messwerte erfolgt durch festlegen der zunächst höchsten Beschleunigungsspannung und nacheinander erfolgenden Stromstärkenachregulierung der jeweiligen Radien. Sobald die Stromstärken aller konstanten Radien für eine Spannung ermittelt wurden, wird die Spannung verringert und erneut jeweils der Prozess durchgeführt.

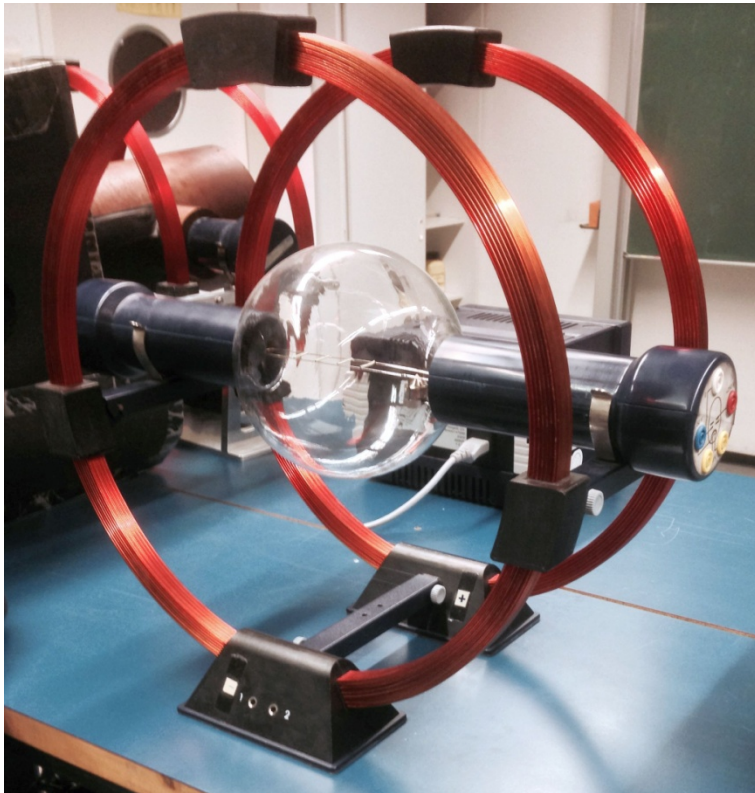
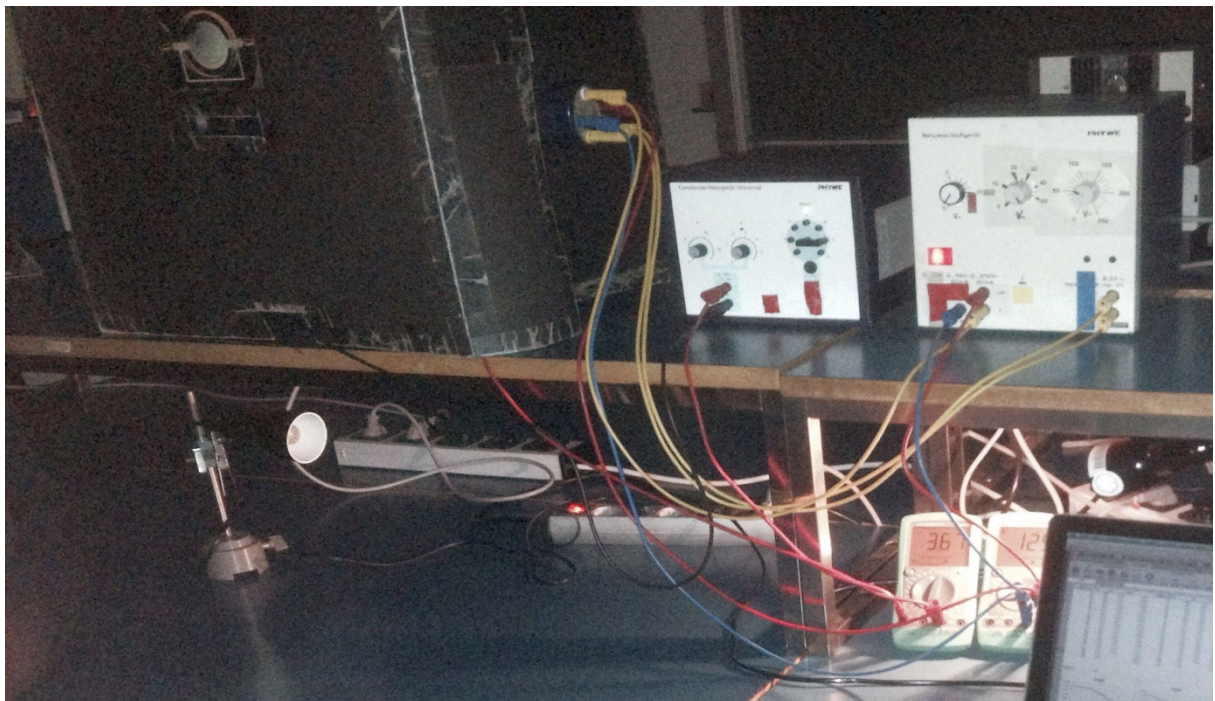


Abbildung 1:

In Helmholtzspulenpaar
zentriertes Fadenstrahlrohr

Abbildung 2: Zur Aufnahme von Messdaten bereiter Versuchsaufbau



Messprotokoll

Florian Conrad, Ludwig Schuster

9.5.2014

11:20-12:10 Uhr

Anmerkung: Fehlerangaben befinden sich mit in der Tabelle (für r,U,I), die Fehler gehen in den dazugehörigen Messwert mit ein und sind als $\pm$ zu werten.

r	r fehler	U	U Fehler	I	I Fehler	e/m	e/m Fehler	I ²
100	0,0005	150	6,50	8,60	0,18	846211318,9124	51435594,7336	73,96
100	0,0005	160	6,60	9,40	0,19	755524842,5745	43963459,9310	88,36
100	0,0005	170	6,70	9,40	0,19	802745145,2354	45676968,0373	88,36
100	0,0005	180	6,80	10,20	0,20	721866080,1241	39563580,0072	104,04
100	0,0005	190	6,90	10,20	0,20	761969751,2421	41001645,9441	104,04
100	0,0005	200	7,00	10,60	0,21	742681727,1480	38982331,0766	112,36
100	0,0005	210	7,10	10,60	0,21	779815813,5054	40318347,9854	112,36
100	0,0005	220	7,20	11,50	0,22	694083105,8494	34774602,4333	132,25
100	0,0005	230	7,30	11,50	0,22	725632337,9335	35890995,9869	132,25
100	0,0005	240	7,40	12,00	0,22	695397657,1863	33683091,0190	144,00
100	0,0005	250	7,50	12,00	0,22	724372559,5690	34705418,1000	144,00
100	0,0005	260	7,60	12,60	0,23	683308355,5118	32071105,7966	158,76
100	0,0005	270	7,70	12,60	0,23	709589446,1084	32992217,0217	158,76
100	0,0005	280	7,80	13,00	0,24	691282878,1496	31648041,9172	169,00
100	0,0005	290	7,90	13,10	0,24	705082409,8270	31964539,6854	171,61
100	0,0005	300	8,00	13,20	0,24	718386009,4899	32267767,6772	174,24

Tabelle 1: Messdaten für r_1 ; Beschleunigungsspannung U, Spulenstromstärke I & I²

r	r fehler	U	U Fehler	I	I Fehler	e/m	e/m Fehler	I ²
80	0,0005	150	6,50	8,80	0,19	1262787907,3 065	76383224,7 532	77,44
80	0,0005	160	6,60	12,10	0,23	712448935,03 13	39595829,2 043	146,41
80	0,0005	170	6,70	12,10	0,23	756976993,47 08	41048372,5 263	146,41
80	0,0005	180	6,80	12,80	0,23	716237516,17 54	37635519,8 395	163,84
80	0,0005	190	6,90	12,90	0,23	744352549,04 33	38286857,7 641	166,41
80	0,0005	200	7,00	13,70	0,24	694693700,90 27	34732363,5 967	187,69
80	0,0005	210	7,10	14,20	0,25	678964559,40 56	33183066,5 843	201,64
80	0,0005	220	7,20	14,20	0,25	711296205,09 16	34235190,8 062	201,64
80	0,0005	230	7,30	14,90	0,26	675398044,37 09	31792568,9 036	222,01
80	0,0005	240	7,40	14,90	0,26	704763176,73 49	32747817,2 275	222,01
80	0,0005	250	7,50	14,90	0,26	734128309,09 88	33709467,2 374	222,01
80	0,0005	260	7,60	15,60	0,27	696512076,50 87	31378826,0 195	243,36
80	0,0005	270	7,70	15,60	0,27	723301002,52 82	32253826,4 527	243,36
80	0,0005	280	7,80	15,80	0,27	731220497,56 21	32226263,6 875	249,64
80	0,0005	290	7,90	15,80	0,27	757335515,33 21	33084409,3 377	249,64
80	0,0005	300	8,00	16,40	0,28	727173524,25 50	31296115,8 565	268,96

Tabelle 2: Messdaten für r_2 ; Beschleunigungsspannung U, Spulenstromstärke I & I²

r	r fehler	U	U Fehler	I	I Fehler	e/m	e/m Fehler	I ²
60	0,0005	160	6,50	14,40	0,24	968196782,6 719	54522200,9 767	207,36
60	0,0005	170	6,60	15,70	0,25	894287110,5 790	48457155,8 768	246,49
60	0,0005	180	6,70	16,30	0,27	799340079,5 277	41719152,6 775	265,69
60	0,0005	190	6,80	17,40	0,28	785198152,5 683	39824070,1 096	302,76
60	0,0005	200	6,90	17,60	0,29	727339338,4 495	35798532,4 578	309,76
60	0,0005	210	7,00	17,90	0,29	748318759,8 853	36056970,2 480	320,41
60	0,0005	220	7,10	18,60	0,29	759617927,0 784	35869080,6 047	345,96
60	0,0005	230	7,20	18,90	0,30	737019137,9 590	34060025,9 712	357,21
60	0,0005	240	7,30	19,40	0,31	746253189,7 802	33895630,1 729	376,36
60	0,0005	250	7,40	20,10	0,31	739077114,6 628	32988660,5 821	404,01
60	0,0005	260	7,50	20,50	0,32	717182801,9 792	31451072,1 767	420,25
60	0,0005	270	7,60	20,90	0,33	717046959,6 210	30988335,9 889	436,81
60	0,0005	280	7,70	21,50	0,33	716396020,5 440	30537834,2 094	462,25
60	0,0005	290	7,80	21,90	0,34	702041983,0 977	29504962,0 711	479,61
60	0,0005	300	7,90	22,00	0,34	700796204,4 995	29096475,1 084	484,00
60	0,0005	160	6,50	14,40	0,34	718386009,4 899	29539395,7 737	207,36

Tabelle 3: Messdaten für r_3 ; Beschleunigungsspannung U, Spulenstromstärke I & I²

r	r fehler	U	U Fehler	I	I Fehler	e/m	e/m Fehler	I ²
40	0,0005	230	8,00	28,20	0,42	754213167,5 006	32785218,8 450	795,24
40	0,0005	240	7,30	29,10	0,43	739077114,6 628	31552017,6 385	846,81
40	0,0005	250	7,40	30,20	0,44	714809990,3 646	29988479,9 326	912,04
40	0,0005	260	7,50	30,10	0,44	748350145,9 770	30995885,9 622	906,01
40	0,0005	270	7,60	31,50	0,46	709589446,1 084	28916119,2 535	992,25
40	0,0005	280	7,70	31,50	0,46	735870536,7 050	29648525,5 730	992,25
40	0,0005	290	7,80	32,30	0,47	724865523,6 704	28831872,7 339	1043,29
40	0,0005	300	7,90	33,40	0,48	701282193,9 963	27535366,4 359	1115,56
40	0,0005	310	8,00	34,20	0,49	691152642,2 481	26829385,2 285	1169,64
40	0,0005	320	8,10	34,50	0,49	701094046,3 125	26957450,4 239	1190,25
40	0,0005	330	8,20	34,00	0,49	744424395,1 280	28427984,2 775	1156,00

Tabelle 4: Messdaten für r_4 ; Beschleunigungsspannung U, Spulenstromstärke I & I²

Auswertung

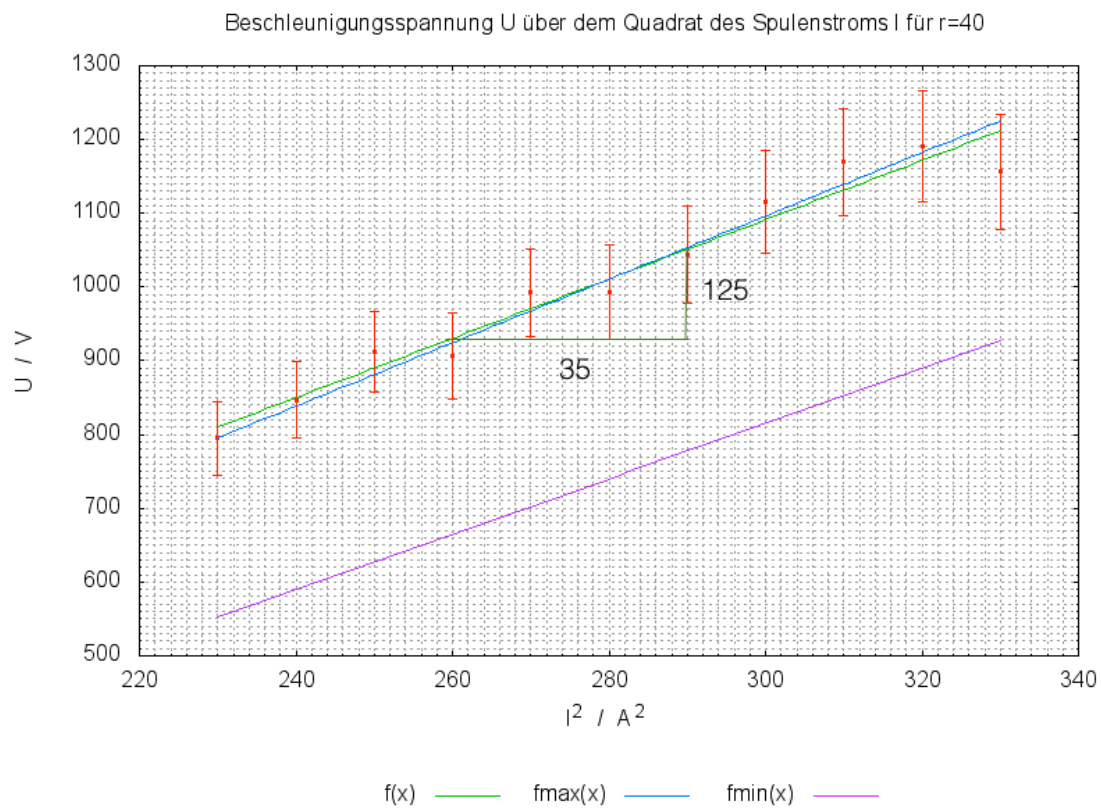


Abbildung 1 $r=40\text{mm}$

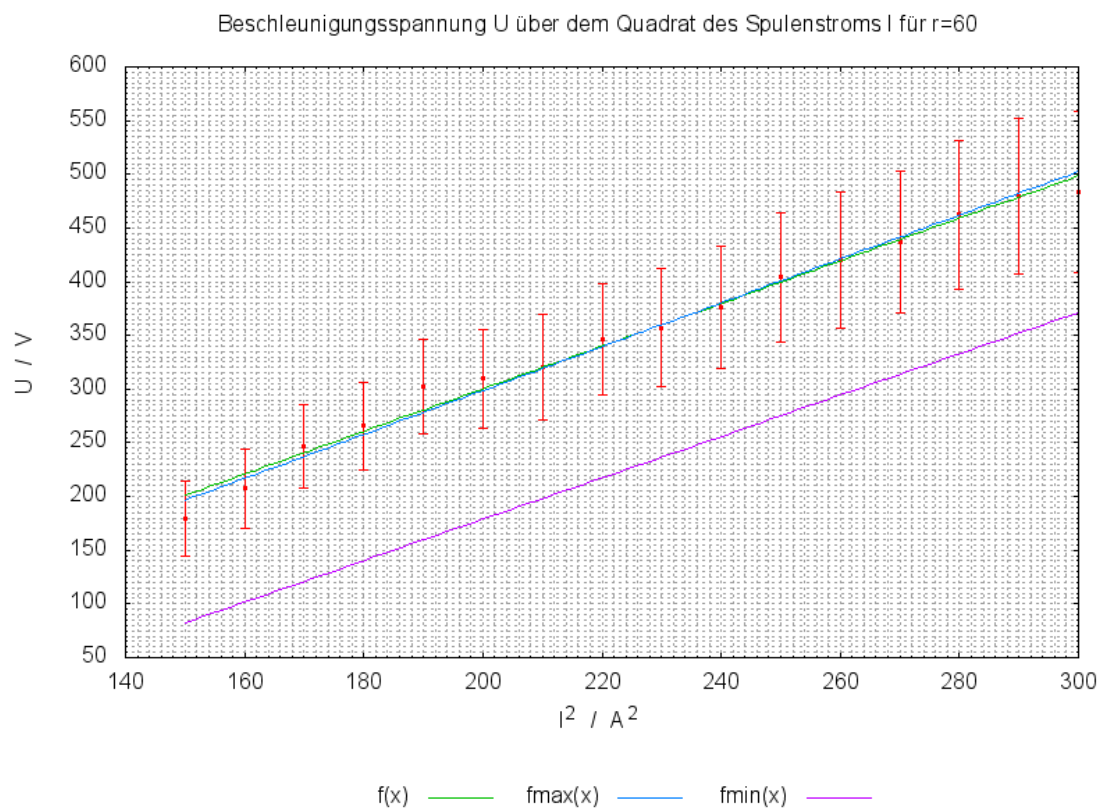


Abbildung 2 $r=60\text{mm}$

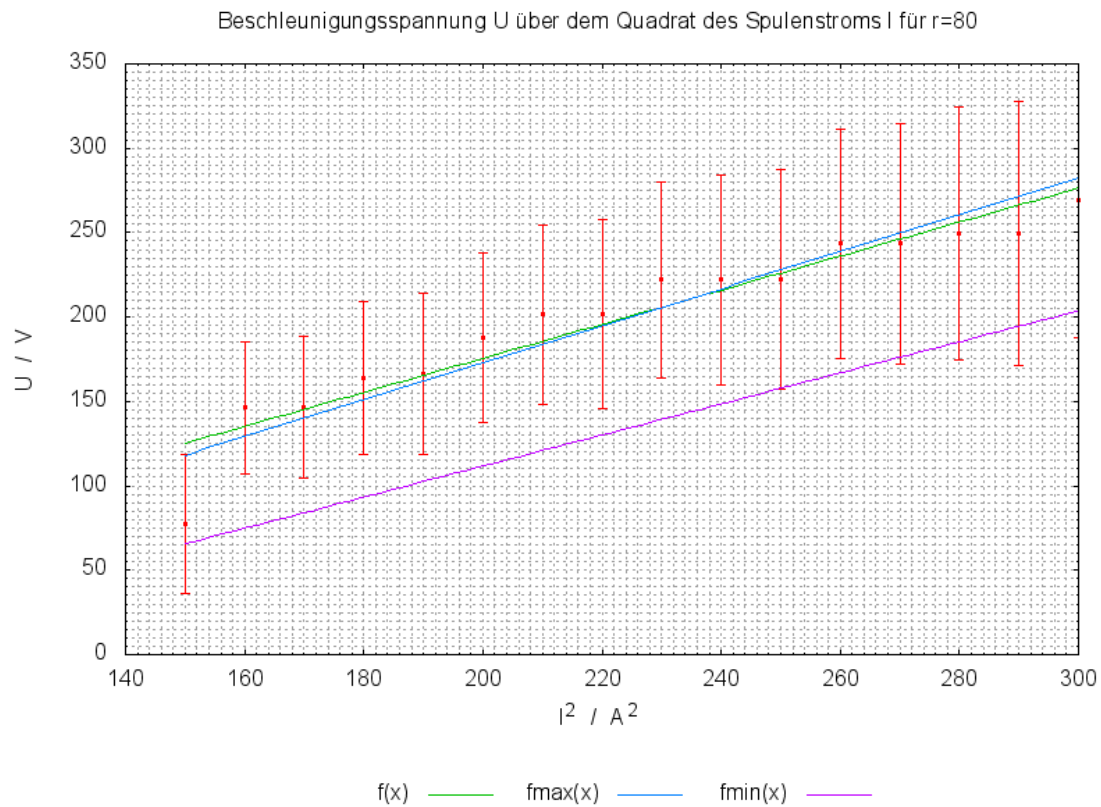


Abbildung 3 $r=80$ mm

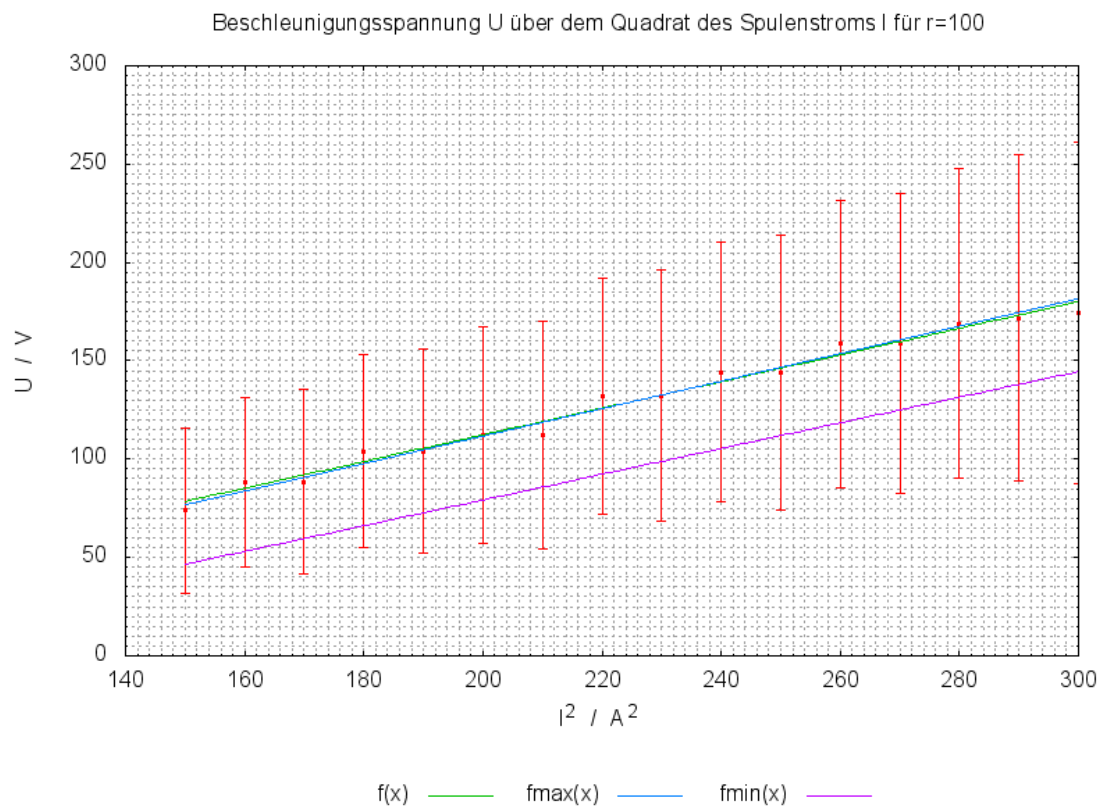


Abbildung 4 $r=100$ mm

Aus den Abbildungen 1-4 lassen sich nach der Methode der kleinsten Quadrate Ausgleichsgeraden der Form:

$$f(x) = a * x + b$$

ermitteln.

Aus den Steigungen (aus dem Grafikprogramm GNUPlot entnommen) lässt sich die spezifische Ladung errechnen, indem wir uns bewusst werden, dass unsere Graphen von Spannung auf Strom zum Quadrat aufgetragen wurden. So können wir Gleichung 12 umstellen und erhalten für eine beliebige Steigung S und zugehörige r folgendes Verhältnis:

$$\frac{e}{m_0} = \frac{125}{32} \frac{R^2 * S}{r^2 * \mu_0^2 * N^2} \quad \text{Gleichung 13}$$

Wobei R der Durchmesser der Helmholtzspule, N die Anzahl derer Windungen, r der gewählte Radius ist. S entspricht einer Beliebigen Steigung. Der Anstieg $a = 13,86$ wurde aus dem Steigungsdreieck abgelesen und berechnet. Mit allen Angaben können wir die Daten in die Beispielrechnung eintragen und erhalten für den Radius 40mm:

Beispielrechnung: Für r= 40 mm

$$\frac{e}{m_0} = \frac{125}{32} \frac{0,2m^2 * 13,68}{0,040m^2 * 4\pi * 10^{-7} * 154^2}$$

$$\frac{e}{m_0} = 3,92079 * 10^{10} \text{ C/kg}$$

Tragen wir nun alle vorhandenen Größen (R, μ_0 , N) ein und variieren jeweils S für die einzelnen Steigungen für die zugehörigen Radien $r_{1,2,3,4}$, so ergeben sich folgende Ladungen:

$$\left(\frac{e}{m_0}\right)_1 = 3,56739 * 10^{10} \text{ C/kg}$$

$$\left(\frac{e}{m_0}\right)_2 = 3,90466 * 10^{10} \text{ C/kg}$$

$$\left(\frac{e}{m_0}\right)_3 = 4,05634 * 10^{10} \text{ C/kg}$$

$$\left(\frac{e}{m_0}\right)_4 = 3,92079 * 10^{10} \text{ C/kg}$$

Gemittelt ergibt dies eine Lösung von:

$$\left(\frac{e}{m_0}\right)_G = 3,862295 * 10^{10} \text{ C/kg}$$

Zusammenfassung & Diskussion

Unsere Messgrößen (U, I) wurden durch einen Elektronenstrahl, welcher durch ein Magnetfeld zu einer Kreisbahn mit festen Radien abgelenkt wurde, experimentell bestimmt. Hierfür standen uns entsprechende Geräte zur Verfügung.

Die Ausreißer der Abbildung 3 sind vermutlich durch den geringen Radius zu erklären, welcher bei hoher Beschleunigungsspannung kaum getroffen werden kann. Erst bei niedrigen Spannungen ist eine Veränderung des Stroms ersichtlich. Es gilt, je höher die Beschleunigungsspannung, desto höher muss die Stromstärke sein, welche durch die Spulen das Magnetfeld verstärkt. Umso stärker das Magnetfeld, desto stärker die Ablenkung und desto geringer der Radius der Kreisbahn. Soll also ein geringer Radius erreicht werden, benötigt man eine niedrige Spannung und einen hohen Strom.

Leider haben die verwendeten Multimeter für Wehneltzylinder und Helmholtzspulen einen großen Fehler.

Während des Experiments haben sich die Sprossen im Wehneltzylinder stark aufgeladen und somit den Elektronenstrahl deutlich abgelenkt, wodurch es mitunter schwer war, einen vernünftigen Wert abzulesen, da man abschätzen musste wann der Strahl die Sprosse trifft. Interessant ist, dass der Fehler mit abnehmendem Radius wächst (bei U und I). Scheinbar ist ein systematischer Fehler mit dem Radius verknüpft.

Durch unsere grafisch bestimmten Anstiege konnten wir durch einsetzen die gemittelte spezifische Ladung des Elektrons auf

$$\left(\frac{e}{m_0}\right)_G = 3,862295 * 10^{10} \text{ C/kg}$$

errechnen.

Dieser Wert entspricht etwa einem Fünftel des Literaturwerts von

$$\frac{e}{m_0} = 1,7588115(24) * 10^{11} \frac{\text{C}}{\text{kg}}$$

Der errechnete Wert weicht also signifikant von dem Literaturwert ab. Das Ergebnis ist enttäuschend. Zunächst stand ein Berechnungsfehler als Vermutung im Raum, doch jener konnte nicht ausfindig gemacht werden.

Ausschlaggebend könnten die zahlreichen Ausgleichsversuche gewesen sein, welche nötig waren, um Ellipsenbildung zu vermeiden und Kreisbahnen zu gewährleisten. Eventuell wurde das Magnetfeld durch umliegende Geräte, wie die Helmholtzspulen anderer Gruppen, oder deren und unsere Netzgeräte beeinflusst. Ebenso könnte der strahlbündelnde Wehneltzylinder etwas schräg angebracht sein, sodass eine Ellipse kaum ohne Anpassungen zu vermeiden ist. Die Spulen an sich sind von der ihrer Windung her auch nicht dimensionslos, sodass die Durchmesser der ersten und letzten Windung einen geringen Unterschied aufweist. Leider war die Elektronenstrahlbreite auch recht groß. Vermutlich ist der Wehneltzylinder durch zahlreichen Gebrauch schon etwas abgenutzt. Umso größer der Radius, desto größer die Streuung der Elektronen und desto größer die resultierende Abweichung.

Quellenverzeichnis

- Praktikumsskript „Physikalisches Grundpraktikum Teil 2“; Seite 22-24
- Gerthsen, Kneser, Vogel; „Physik“
- Metzler; „Physik“
- Eichler, Kronfeld, Sahm; „Das neue Physikalische Grundpraktikum“