

Protokoll

Mikroskopie

zum Modul:
Physikalisches Grundpraktikum 2

bei
Prof. Dr. Heyne
Sebastian Baum


am
Fachbereich Physik
Freien Universität Berlin



Ludwig Schuster (ludwig.schuster@fu-berlin.de)

Florian Conrad (florianc@zedat.fu-berlin.de)

(Gruppe 4)

29. April 2015 

Inhaltsverzeichnis

1	Physikalische Grundlagen	1
2	Aufgabenstellung	5
3	Experimenteller Aufbau und Geräte	5
4	Durchführung	7
5	Messwerte	8
6	Auswertung	9
7	Zusammenfassung	11
8	Anhang	11

Abbildungsverzeichnis

1	Skizze: Dünne Linse	1
2	Skizze: Strahlengang Dünne Linse	2
3	Skizze: Strahlengang dicke Linse	2
4	Skizze: Auflösungsvermögen Mikroskop	4
5	Abbildung: Aufbau des Mikroskops	6
6	Skizze: Aufbau Besselschen Methode	7
7	Skizze: Aufbau Abbesche Methode	8
8	Skizze: Strahlengang im Mikroskop	9

Tabellenverzeichnis

1	Messung zur Bestimmung der Brennweiten	8
2	Messwerte der Vergrößerung	8
3	Messwerte der Vergrößerung	9

Literatur

- [EKS06] EICHLER, Professor Dr. Hans J. ; KRONFELDT, Priv.-Doz. Dr. Heinz-Detlef ; SAHM, Professor Dr. J.: *Das Neue Physikalische Grundpraktikum*. Springer Berlin Heidelberg, 2006
- [Sch11] SCHATAT, Dr. B.: *Praktikumsskript Mikroskopie (MIK)*. 12 2011. – GP2 Skript MIK-neu

1 Physikalische Grundlagen

1.1 Linsen

Eine Linse ist ein optisches System, welches aus zwei oder auch mehr brechenden Grenzflächen besteht. Wenigstens eine dieser ist gekrümmt. In den Versuchen des Kurstages geht es vor Allem um zentrierte Linsensysteme, bei denen alle (sphärischen) Flächen dreh-symmetrisch um eine gemeinsame Achse angelegt sind. (siehe Abbildung 1) Bei sogenannten konvexen oder Sammellinsen ist die Mitte der Linse dicker als der Rand. Dadurch steigert sich die Konvergenz der Wellenfronten die die Linse passieren. Hierbei ist die Voraussetzung, dass der Brechungsindex der Linse größer ist, als der des sie umgebenden Mediums. Konkave oder Zerstreuungslinsen sind andererseits in der Mitte schmaler, als am Rand. Der durch die dünnere Mitte hindurch tretende Teil des Lichtes ist schneller, als jener Teil, der durch den dickeren Teil der Linse geht. Dadurch steigert sich die Divergenz des Lichtes.

Eselsbrücken sind oft komisch. Die vorhandenen Eselsbrücken zu den Linsen sind ebenfalls komisch, es gibt aber eine, die tatsächlich anschaulich ist. *“In einer Konk[AV]en Linse kann man K[AF]fee trinken.”*

Um die optischen Eigenschaften von Linsen zu betrachten, wird die Welleneigenschaft des Lichtes vernachlässigt und das Licht wird als Strahl angenommen. Somit können bei Linsen bestimmte Charakteristische Strahlen benutzt werden, um die optischen Eigenschaften wie zum Beispiel die Vergrößerung im Mikroskop zu zeigen.

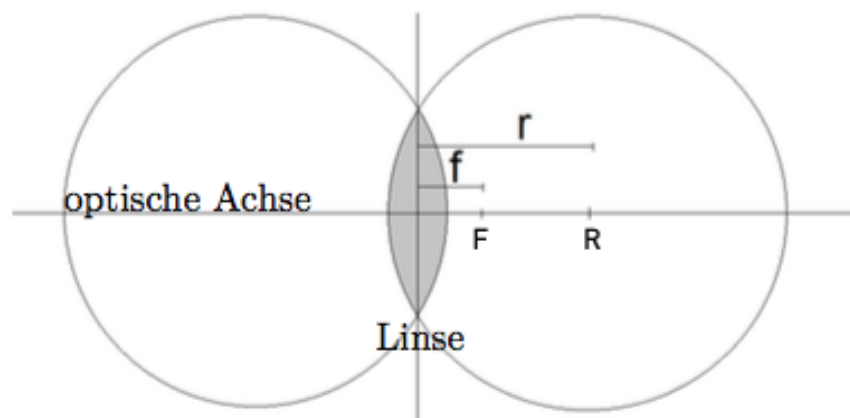


Abbildung 1: schematische Darstellung des seitlichen Schnitts einer Dünne Linse. Um den Mittelpunkt R ist ein Kreis eingezeichnet, welcher der Sphäre der Linse entspricht. Die eigenschaft einer dünnen Linse, dass der Brennpunktabstand f kleiner ist, als der Mittelpunktabstand r der Sphäre, lässt sich sehr gut sehen. (Bearbeitung von vgl. [Sch11] S.3)

Die Linsen werden in diesem Kontext im allgemeinen als “dünne Linsen” angenommen. Diese Annahme vereinfacht die Darstellung der Strahlengänge nochmals, da man für die Linse eine einzige Hauptebene annehmen kann und sie somit als Ebene ansehen kann. Dies ist aber nicht die Realität. Linsen haben zwei Hauptebenen (vgl. Strahlengang einer Dünne Linse in Abbildung 2 und Strahlengang einer dicken Linse in 3) Man spricht von dünnen Linsen, wenn der Brennpunkt F der Linse näher an der Linse liegt, als der Mittelpunkt R der Sphäre. (vgl. Abbildung 1)

Bei einer dünnen Linse können mit den Hauptstrahlen (Mittelpunkt-, Parallel- und Brennpunktstrahl) die wichtigsten optischen Eigenschaften erklärt werden. Diese Strahlen werden direkt an

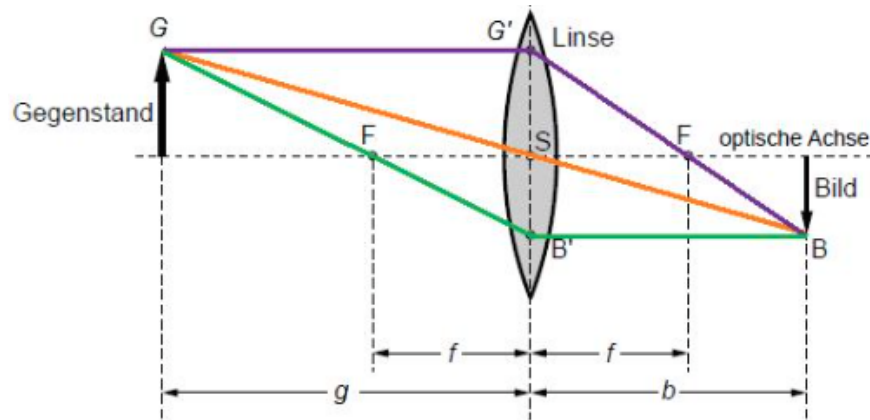


Abbildung 2: Strahlengang in einer Dünne Linse. Die Charakteristischen Strahlen Mittelpunkt-, Parallel- und Brennpunktstrahl bilden den Gegenstand G durch die Linse als Bild B ab. Wobei der Mittelpunktstrahl (orange) direkt durch den Mittelpunkt der Linse geht, der Parallelstrahl (lila) bis zur Linse parallel zur Linse verläuft und dann durch den Brennpunkt (F) der Linse geht und der Brennpunktstrahl (grün) erst durch den Brennpunkt (F) geht und dann Parallel zur optischen Achse. Die Entfernung des Gegenstandes zur Linse (g) ist die Gegenstandsweite und die Entfernung des Bildes zur Linse (b) ist die Bildweite. (vgl. [Sch11] S.4)

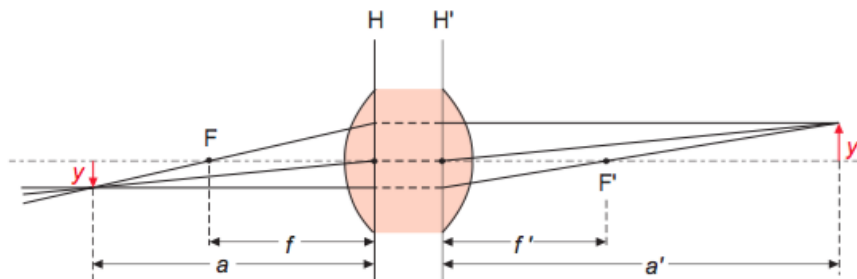


Abbildung 3: Strahlengang dicke Linse. Die Charakteristischen Strahlen Mittelpunkt-, Parallel- und Brennpunktstrahl bilden den Gegenstand y durch die Linse als Bild y' ab. Die zwei Hauptebenen H und H' sind exemplarisch eingezeichnet. Die Brennweite f ist dann der Abstand zwischen Brennpunkt und jeweiliger Hauptebene. Die Hauptebenen sind nicht an ausgezeichnete Punkte der realen Linse gebunden, in vielen Fällen liegen sie sogar außerhalb der Linse. Die Entfernung des Gegenstandes zur Linse (a) ist die Gegenstandsweite und die Entfernung des Bildes zur Linse (a') ist die Bildweite. (vgl. [EKS06] S.373)

der zentralen Hauptebene gebrochen. In Abbildung 2 sind exemplarisch die benannten Strahlen eingezeichnet. Charakteristisch ist, dass der Parallelstrahl nach dem passieren der Linse ein Brennpunktstrahl wird, und umgekehrt der Brennpunktstrahl ein Parallelstrahl wird. Der Mittelpunktstrahl geht einfach durch die Linse durch. Für die Erklärung der optischen Eigenschaften einer Linse reichen die drei Strahlen (Mittelpunkt-, Parallel- und Brennpunktstrahl) aus, da sich mit ihnen die wichtigsten optischen Eigenschaften erklären lassen. Selbstverständlich sind das aber nicht die einzigen Strahlen. Aber um die Komplexität der Betrachtung zu verringern, werden diese drei Strahlen exemplarisch betrachtet.

1.2 Wichtige Messgleichungen

Im folgenden werden für den weiteren Verlauf wichtige Formeln und Größen angegeben und beschrieben.

Abbildungsgleichung Für Objektabstand g , Bildabstand b und Brennweite f einer idealen Linse (vgl. Abbildung 2) gilt die Abbildungsgleichung:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad (1)$$

Diese lässt sich aus Strahlensätzen ableiten die sich durch die Geometrie der Strahlen an der Linse ergeben.

$$\frac{B}{G} = \frac{b}{g} = \frac{b-f}{f} \quad (2)$$

Durch Umstellen nach f ergibt sich:

$$\begin{aligned} (b-f) \cdot g &= b \cdot f \\ b \cdot g - f \cdot g &= b \cdot f \\ b \cdot g &= b \cdot f + f \cdot g \\ f \cdot (b+g) &= b \cdot g \\ f &= \frac{b \cdot g}{b+g} \\ \frac{1}{f} &= \frac{b+g}{b \cdot g} = \frac{b}{b \cdot g} + \frac{g}{b \cdot g} \\ \frac{1}{f} &= \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \end{aligned} \quad (3)$$

Abbildungsmaßstab Der Abbildungsmaßstab β , welcher das lineare Größenverhältnis zwischen dem Gegenstand und seinem Bild beschreibt.

$$\beta = \frac{g}{b} \quad (4)$$

Für die Brennweite f ergibt sich nach Umstellung der Gleichung:

$$f = \frac{g-b}{\left(\frac{1}{\beta}\right) - \beta} \quad (5)$$

Hauptpunktabstand Der Hauptpunktabstand i lässt sich aus der Entfernung e zwischen Objekt und Bild errechnen. Das wird deshalb nötig, weil bei dicken Linsen der Hauptabstandspunkt

nicht mehr vernachlässigbar ist. (vgl. 3) Die Bestimmung erfolgt mit Hilfe der Besselschen Methode. Die dazugehörige Gleichung lautet:

$$i = e - (g + b) = e + (g - b) \cdot \frac{\beta + 1}{\beta - 1} \tag{6}$$

Vergößerung Beim Mikroskop hängt die Vergrößerung vom Abbildungsmaßstab b_{ob} und der Okularvergrößerung Γ_{ok} ab. Dabei gilt:

$$\Gamma_{ok} = \frac{a_0}{a} \tag{7}$$

Hierbei beschreibt a_0 die konventionelle Sehweite von ca. 250 mm. Für ein auf a_0 angepasstes Auge gilt:

$$\Gamma_{ok}(a_0) = \frac{a_0}{f_{ok}} + 1 \tag{8}$$

Der Abbildungsmaßstab dagegen ergibt sich aus der Tubuslänge t durch:

$$\beta_{ob} = \frac{t}{f_{ob}} \tag{9}$$

Die Gesamtvergrößerung eines Mikroskops errechnet man durch:

$$\Gamma_{mik} = b_{ob} \cdot \Gamma_{ok} = \frac{t}{f_{ob}} \cdot \left(\frac{a_0}{f_{ok}} + 1 \right) \tag{10}$$

Nach diesen Gleichungen müsste man beliebig hohe Vergrößerungen erreichen können. Dass das aber nicht funktioniert lässt sich über eine wellenoptische Betrachtung feststellen. Daraus folgen die Überlegungen zum Auflösungsvermögen.

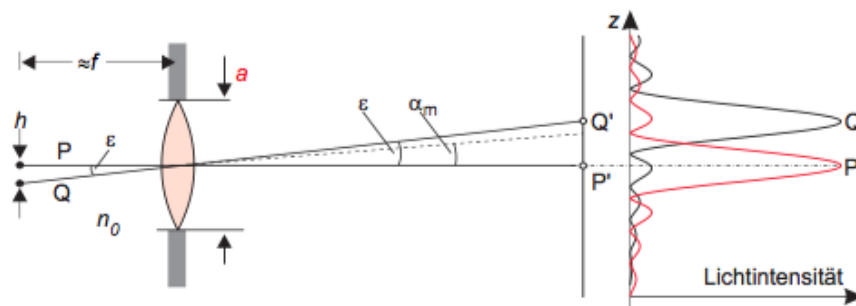


Abbildung 4: Skizze zur Veranschaulichung des Auflösungsvermögens eines Mikroskops. Die beiden Bildpunkte P und Q können nur dann getrennt wahrgenommen werden, wenn $\epsilon < \alpha_m$ (vgl. [EKS06] S.382)

Auflösungsvermögen Dazu werden die beobachteten Körper durch eine Überlagerung von Gittern mit verschiedenen Gitterkonstanten d beschrieben. Betrachtet man zur Vereinfachung nur ein Gitter, so ergibt sich nach dem Huygensschen Prinzip, sowie durch Interferenz in der Brennebene ein linienförmiges Beugungsmuster. Das Huygenssche Prinzip besagt, dass konstruktive Interferenz genau dann stattfindet, wenn:

$$d \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\lambda} = \text{ganzzahliges Vielfaches} \tag{11}$$

Wobei α der Winkel zwischen der Symmetrieebene und dem Lichtstrahl ist und λ die Wellenlänge des Lichtes. Im weiteren Verlauf der Strahlen entsteht auf der Bildebene durch Interferenz das Bild des Gitters. Dabei müssen allerdings mindestens die Teilwellen von zwei

benachbarten Beugungsordnungen von der Linse erfasst werden. Daraus ergibt sich, dass der Winkel für die erste Beugungsordnung höchstens gleich dem Objekt seitigen Öffnungswinkel α_{max} sein darf (vgl. Abbildung 4), und es ergibt sich eine minimal auflösbare Gitterkonstante:

$$d_{min} = \frac{1}{\sin(\alpha_{max})} \quad (12)$$

Als numerische Apertur A bezeichnet man die Größe $A = n \cdot \sin(\alpha_{max})$. Sie bestimmt zusammen mit der Wellenlänge das Auflösungsvermögen des Mikroskops. n bezeichnet den Brechungsindex des Mediums welches den Zwischenraum von Objekt und Objektiv füllt. Also ergibt sich für d_{min} ebenfalls:

$$d_{min} = \frac{\lambda}{(n \cdot \sin(\alpha_{max}))} \quad (13)$$

Die für ein einzelnes Gitter getroffenen Aussagen lassen sich auf komplexere Objekte übertragen.

2 Aufgabenstellung

1. Bestimmung der Brennweite beider Linsen nach der Besselschen Methode.
2. Aufbau eines Mikroskop-Strahlenganges.
3. Bestimmung der Vergrößerung für drei verschiedene Tubuslängen und Vergleich der Ergebnisse mit den theoretischen Erwartungen.
4. Kalibrierung eines Okularmikrometers (Messokular). Bestimmung des Drahtabstandes (Gitterkonstante) und der Drahtstärke eines Drahtnetzes (Kreuzgitter).
5. Überprüfung der Abbeschen Theorie. Beobachtung der Auflösungsgrenze des Mikroskops an dem Drahtgitter. Bestimmung der numerischen Apertur für diesen Grenzfall und Vergleich des daraus erwarteten kleinsten auflösbaren Punktabstandes mit der gemessenen Gitterkonstante.

3 Experimenteller Aufbau und Geräte

Für den Aufbau des Mikroskops werden wie in Abbildung 5 zu sehen verschiedene Elemente auf einer Optischen Bank angeordnet. Die Materialien stammen alle aus den Versuchsaufbauten im GP2, nähere Angaben zu Herstellern und Modell sind deswegen nicht aufgeführt. Im Detail sind das:

1. Optische Bank
2. Lampe (als Lichtquelle) mit einer offenen Seite und einer Seite mit aufgebrachter Millimeterskala
3. zwei konvexe Linsen
4. Objekthalter
5. verschiedene Dias mit Gitter, halbdurchlässigen Spiegeln, Okularmikrometer
6. eine Vergleichslampe ebenfalls mit Millimeterskala
7. verstellbare Lochblende

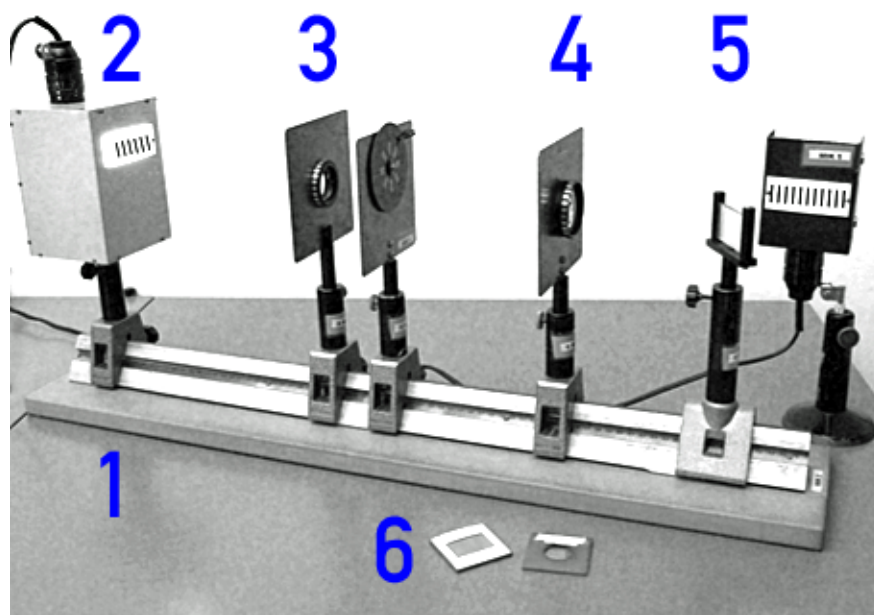


Abbildung 5: Aufbau des Mikroskops. Hier am Beispiel des Versuch zur Abbesschen Methode. Deswegen sind Teile des Aufbaus dieser Abbildung nicht relevant und werden auch nicht weiter erläutert.

Auf der optischen Bank (1) wird die Lampe (2) als Lichtquelle in den Strahlengang eingebaut. Die Beiden Linsen (3+4) bilden insgesamt den Tubus, bestehend aus Objektiv und Okular. Mit dem Objekthalter (5) können Dias, Gitter, oder andere Dinge (6) in den Strahlengang gebracht werden, um sie zu betrachten. (Bearbeitung von vgl. [Sch11] S.1)

4 Durchführung

Die Durchführung ist im folgenden an die Aufgaben gegliedert. Die Unterkapitel tragen nur kurze Stichpunktartige Titel.

4.1 Besselsche Methode

Für die Bestimmung der Brennweite nach der Besselschen Methode wurde wie in Abbildung 6 zu sehen, die Skala an der Lampe über jeweils eine der Linsen auf einen Schirm (Dia mit Papier im Objekthalter) projiziert. Dabei wurde die Position der Linse jeweils bei einem vergrößertem scharfen Bild und bei einem verkleinertem scharfem Bild gemessen. Es wurden die Abstände der einzelnen Messinstrumente auf der Optischen Bank erfasst und rechnerisch der Brennpunkt der jeweiligen Linse sowie der Innenabstand der Hauptebenen i ermittelt.

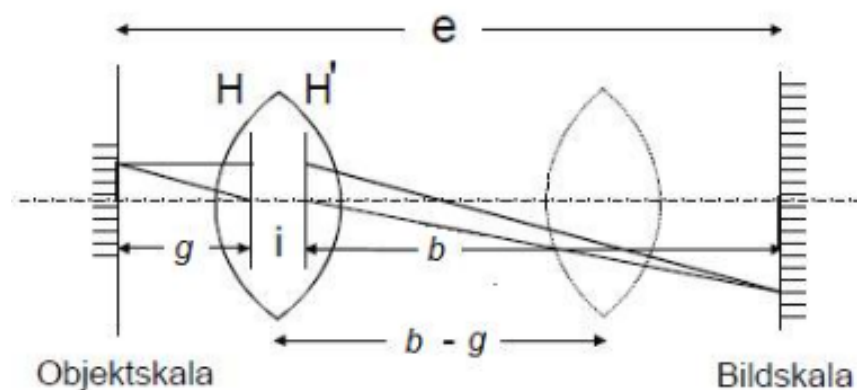


Abbildung 6: Skizze zum Aufbau der Besselschen Methode. Die Verschiebung der Linse ist über die Entfernung $b - g$ dargestellt. (vgl. [Sch11] S.6)

4.2 Mikroskop-Strahlengang

Das Mikroskop wurde gemäß der Abbildung 8 aufgebaut (siehe dazu auch Abbildung 5).

4.3 Vergrößerung im Mikroskop

Für das eben aufgebaute Mikroskop wurden verschiedene fixe Tubuslängen (Abstand der beiden Linsen) eingestellt und mit den angegebenen Brennweiten die theoretische Vergrößerung ausgerechnet. Mit einem halbdurchlässigem Spiegel wurde die zusätzlich Lampe mit Millimeterskala rechts des Aufbaus (vgl. 7) positioniert und angesehen. Nun wurde die Skala der Lampe im Mikroskop mit der Skala rechts verglichen um wiviel vergrößert die Skala rechts erscheint.

4.4 Drahtabstände und -stärke

Der Aufbau wurde so verändert, dass das Gitter (Diafolie mit Objekthalter) zwischen Lampe und Tubus (also vor die Linsen) eingesetzt wurde. hinter dem Tubus wurde mit einem weiterem Objektträger die Mikrometerskala eingesetzt. Nun wurde mit der Mikrometerskala das Gitter vermessen.

4.5 Abbesche Methode

Der vorige Aufbau wurde um eine verstellbare Blende zwischen Tubus und Gitter gemäß der Skizze in Abbildung 7 erweitert und die Mikrometerskala entfernt. Nun wurde die Blende solange verän-

dert, bis das Gitter nicht mehr deutlich zu erkennen war.

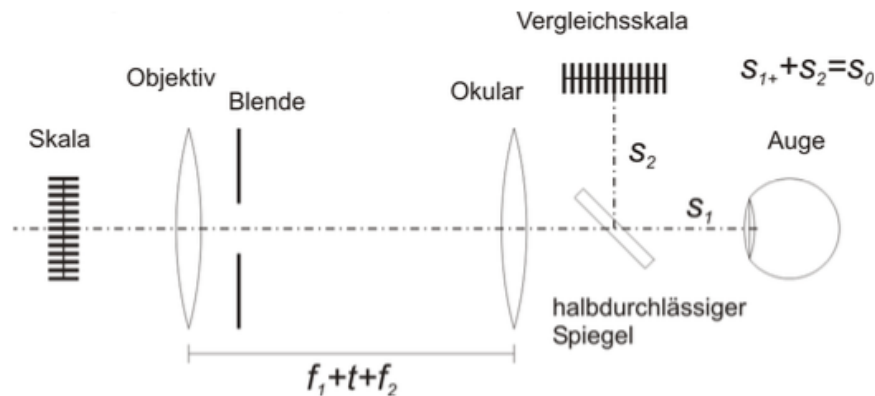


Abbildung 7: Skizze zum aufbau für den Versuche mit der abbeschen Methode. (vgl. [Sch11] S.12)

5 Messwerte

5.1 Besselsche Methode

Um die Brennweite einer Linse nach der Besselschen Methode zu bestimmen benötigt man Bild- und Gegenstandsweite (b bzw. g), den Abbildungsmaßstab β , den Abstand e zwischen Lichtquelle und Projektionsebene und den Hauptabstandspunkt i , welcher sich durch 6 berechnen lässt. Die Messwerte für die Brennweitenbestimmung nach der Besselschen Methode wurden in Tabelle 1 aufgetragen.

Linse	b	g	Position Lampe	Position Schirm	Abstand e	g-b	β	f	i
1	17,2	20,3	21,2	46	24,8	3,2	0,84	9,28	-12,6
2	16,3	19,1	21,2	46	24,8	2,8	0,85	8,79	-10,6

Tabelle 1: Messung zur Bestimmung der Brennweiten

5.2 Vergrößerung im Mikroskop

Die Messwerte für die Bestimmung der Vergrößerung des Mikroskops wurden in Tabelle 2 aufgetragen.

Tubuslänge [mm]	$f_{ob}[mm]$	$f_{ok}[mm]$	a_0 [mm]	Γ berechnet	gemessene Vergrößerung
150	40	40	250	23,4375	23
200	40	40	250	31,25	30
300	40	40	250	46,875	44

Tabelle 2: Messwerte der Vergrößerung

5.3 Drahtabstände und -stärke

Die gemessenen Werte für die Gitterstärke und den Gitterabstand wurden in Tabelle 3 aufgetragen.

Gitterabstand [μm]	Fehler	Drahtstärke [μm]	Fehler
0,9	0,02	0,1	0,02

Tabelle 3: Messwerte der Vergrößerung

5.4 Abbesche Methode

Die Größe der Blendenöffnung für Aufgabe 5 betrug $0,02 \mu\text{m}$. Die Berechnung von numerischer Apertur und Auflösung erfolgt in der Auswertung.

6 Auswertung

6.1 Bestimmung der Brennweite mit der Besselsche Methode

Für die Messung wurde die Differenz $b - g$ gebildet, sowie der Hauptabstandspunkt i nach der Besselschen Methode gemessen. Der Abstand e betrug $24,8\text{ cm}$, für beide gemessenen Linsen. Anhand der Formel 5 ließ sich nun die Brennweite f berechnen. β bezeichnet hierbei den Abbildungsmaßstab und wird durch 4 berechnet. Die Berechnung ergab:

$$\begin{aligned} f_{ok} &= 9,28\text{ cm} \\ f_{ob} &= 8,79\text{ cm} \end{aligned} \quad (14)$$

Diese Werte liegen sehr signifikant über der wahren Brennweite beider Linsen, die laut Aufschrift eine Brennweite von 4 cm haben. Gründe für die abweichenden Messwerte können unter Anderem falsche Rechnung, ungenaues Abstandsmessung für den Abstand e sein.

6.2 Strahlengang im Mikroskop

Der Mikroskop Strahlengang wurde von uns laut Vorgaben in der Versuchsdurchführung aufgebaut. Eine Skizze ist in Abbildung 8 zu sehen.

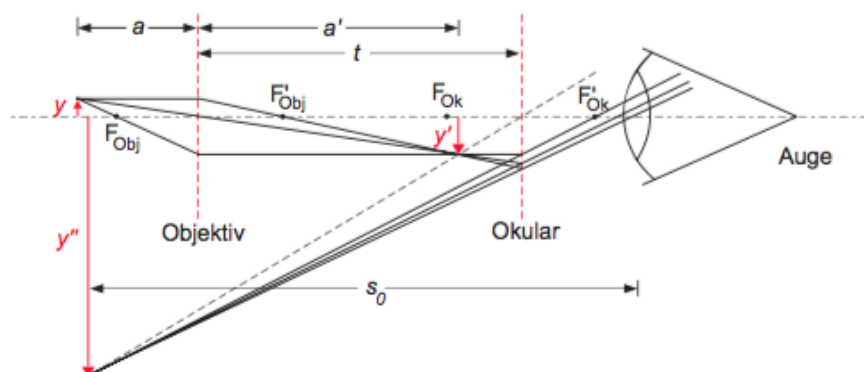


Abbildung 8: Skizze des Strahlengang im Mikroskop. Der Abstand t beschreibt die Tubuslänge. Der Gegenstand y wird als y' virtuell abgebildet und Aufgrund der menschlichen Interpretation bei y'' vergrößert wahrgenommen. (vgl. [EKS06] S.371)

6.3 Vergrößerung im Mikroskop

Um die Vergrößerung des Mikroskops zu bestimmen wurde einerseits die Formel 10 verwendet, um die theoretischen Werte zu liefern. Als Brennweite nahmen wir hier die 4 cm, die als Angabe auf den Linsen standen, da unsere bestimmten Werte aus Aufgabe 1 fehlerhaft sind. Die Messungen und Rechnungen wurden jeweils mit Tubuslängen von 150 mm, 200 mm und 300 mm durchgeführt.

Die Theorie liefert die Werte:

$$\begin{aligned}\Gamma_{150} &= 23,44 \\ \Gamma_{150} &= 31,25 \\ \Gamma_{150} &= 46,88\end{aligned}\tag{15}$$

Die gemessenen Werte ergaben sich durch das gleichzeitige Ablesen der hinteren Skala an der Lichtquelle und der hinzugefügten Skala, welche durch den Spiegel betrachtet wurde. Anhand eines Vergleiches der Millimeterstriche in den Skalen konnte eine ungefähre Vergrößerung abgelesen werden.

Die abgelesenen Vergrößerungen betragen:

$$\begin{aligned}\Gamma_{150} &= 23 \\ \Gamma_{150} &= 30 \\ \Gamma_{150} &= 44\end{aligned}\tag{16}$$

Berechnung und Messung liefern ungefähr die gleichen Werte, womit die Vergrößerungsbestimmung als erfolgreich betrachtet werden kann.

6.4 Drahtabstand und -stärke

Für die Messung des Gitterabstandes und der Drahtstärke des Gitters wurde eine Mikrometerskala vor das Auge des Betrachtenden gestellt. Anhand dieser Skala konnte der Gitterabstand, sowie die Drahtstärke eines in den Strahlengang eingebrachten Gitters gemessen werden.

Für den Gitterabstand d ergab das:

$$d = 0,9 \pm 0,02 \mu m$$

Die Drahtstärke D betrug laut Messung:

$$D = 0,1 \pm 0,02 \mu m$$

6.5 Bestimmung der Auflösung mit der Abbesche Theorie

Als numerische Apertur A bezeichnet man die Größe $A = n \cdot \sin(\alpha_{max})$. Also ergibt sich für d_{min} ebenfalls:

$$d_{min} = \frac{\lambda}{(n \cdot \sin(\alpha_{max}))}$$

Um den Öffnungswinkel der Blende herauszufinden nutzt man die Formel

$$\tan(\alpha_{max}) = \frac{B}{f_{ob}}$$

. B ist dabei die Blendenweite, hier 0,2 mm.

Mit dem Öffnungswinkel lässt sich die numerische Apertur berechnen, diese ergibt sich hier als 1,4.

Mit einer Apertur von 1,4 und der angenommenen mittleren Wellenlänge des sichtbaren Lichtes von 550 nm ergibt sich für die Rechnung:

$$d_{min} = \frac{550nm}{1,4} = 393nm$$

Die kleinste auflösbare Distanz ist demnach 393 nm

Nimmt man zusätzlich an, dass eine Vergrößerung auf über 1 mm nicht sinnvoll ist, so ergibt sich als maximal erreichbare Vergrößerung:

$$\Gamma_{max} = \frac{1mm}{393nm} = 2545$$

Die Maximale Vergrößerung liegt also bei dem 2545 fachen.

7 Zusammenfassung

Die Messung der Brennweiten von Okular und Objektiv ist mit Fehlern behaftet. So ergeben sich bei der Messung zu große Werte für die Brennweiten der Linsen, die mit jeweils 4 cm angegeben wurden. Gründe hierfür können ungenaues Messen, falsches Ablesen der Distanz e oder falsches Rechnen bei der Auswertung sein.

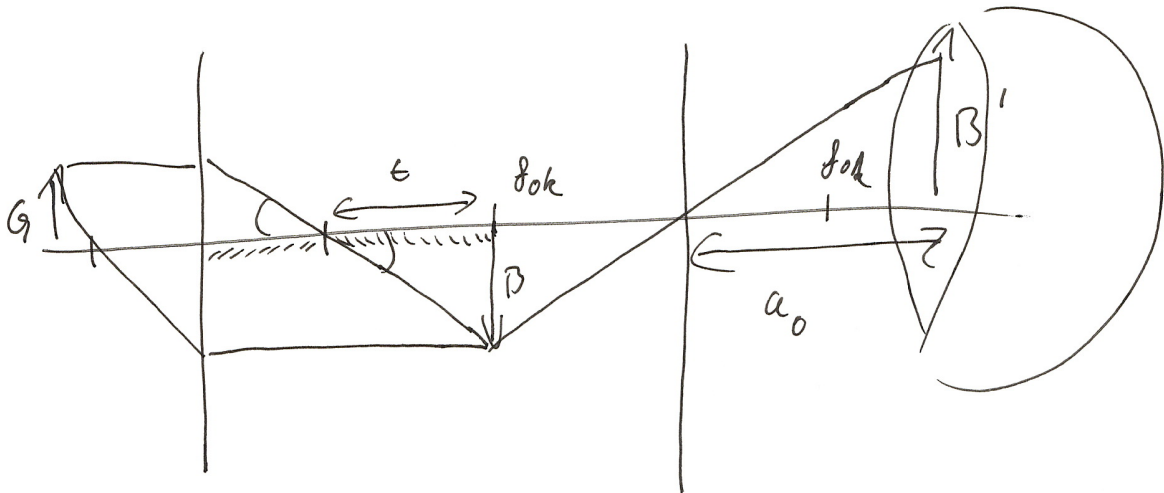
Die berechneten und gemessenen Werte für die Vergrößerung des Mikroskopes bei verschiedenen Tubuslängen stimmen fast überein, es gibt nur geringe Abweichungen, die dem Ablesefehler des Ablesenden geschuldet sind.

Die Messung von Gitterabstand und Drahtstärke des Gitters funktionierte problemlos. Die gemessenen Werte für Gitterabstand und Drahtstärke stimmen mit den Referenzwerten fast überein. Der Referenzwert für den Gitterabstand beträgt ca. $0,8\mu m$.

8 Anhang

Es folgen die eingescannten Originale der Messwerte und der Vorbereitung.

$$\beta = \frac{g}{G} = \frac{f}{f}$$



$$\Gamma = \frac{B'}{B} = \frac{a_0}{f_{ok}}$$

① ~~Linse P₁ P₂ e g-b~~

Linse	b	g	Lampe	Schirm	Abstand e	b-g g-b	β	f	i
1	38,3	41,5	26,2	47	20,8	3,2	0,92	19,92	-5,9
2	37,5	40,3	26,2	47	20,8	2,8	0,93	19,42	-5,7
1	17,1	20,3	21,2	46	24,8	3,2	0,84	9,28	-12,16
2	16,3	19,1	21,2	46	24,8	2,8	0,85	8,79	-10,6

③

ϵ	f_{ob}	f_{ok}	a_0	Γ (theoret.)	(gemessen) 1mm
150	40	40	250	23,4375	23
200	40	40	250	31,25	30
300	40	40	250	46,875	44

④

Gitterabstand	Δ	Drahtstärke	Δ
0,9	0,02	0,1	0,02

} in μm

⑤ 0,2 mm

27 S.B.

Vorbereitung Mikroskop- MIK

1 Physikalische Grundlagen

Eine Linse ist ein optisches System, welches aus zwei oder auch mehr brechenden Grenzflächen besteht. Wenigstens eine dieser ist gekrümmt. In den Versuchen des Kurstages geht es vor Allem um zentrierte Linsensysteme, bei denen alle (sphärischen) Flächen dreh-symmetrisch um eine gemeinsame Achse angelegt sind.

Bei sogenannten konvexen oder Sammellinsen ist die Mitte der Linse dicker als der Rand. Dadurch werden die hindurchtretenden Wellenfronten konvergenter. Hierbei ist die Voraussetzung, dass der Brechungsindex der Linse größer ist, als der des sie umgebenden Mediums.

Konkave oder Zerstreuungslinsen sind andererseits in der Mitte schmäler, als am Rand. Der durch die dünnere Mitte hindurchtretende Teil des Lichtes ist schneller, als die restliche Wellenfront, das Licht wird divergenter.

Das Hindurchtreten durch eine Grenzfläche ist nicht die einzige Möglichkeit, eine Linse herzustellen. Denkbar wäre auch ein Material, welches seinen Brechungsindex auf eine vorgeschriebene Weise ändert. In der Natur findet dieses Prinzip in der Linse des Auges Anwendung.

2 Wichtige Messgleichungen

Abbildungsgleichung:

Für Objektabstand g , Bildabstand b und Brennweite f einer idealen Linse gilt:

$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Mit dem Abbildungsmaßstab β , welcher das lineare Größenverhältnis zwischen dem Gegenstand und seinem Bild beschreibt.

$$\beta = \frac{g}{b}$$

Für die Brennweite f ergibt sich nach Umstellung der Gleichung:

$$f = \frac{g - b}{\left(\frac{1}{\beta}\right) - \beta}$$

Der Hauptpunktabstand i lässt sich aus der Entfernung e zwischen Objekt und Bild errechnen. Das wird deshalb nötig, weil bei dicken Linsen der Hauptabstandspunkt nicht mehr vernachlässigbar ist. Die Bestimmung erfolgt mit Hilfe der Besselschen Methode. Die dazugehörige Gleichung lautet:

$$i = e - (g + b) = e + (g - b) \cdot \frac{\beta + 1}{\beta - 1}$$

2 WICHTIGE MESSGLEICHUNGEN

Beim Mikroskop hängt die Vergrößerung vom Abbildungsmaßstab b_{ob} und der Okularvergrößerung T_{ok} ab. Dabei gilt:

$$T_{ok} = \frac{a_0}{a}$$

Hierbei beschreibt a_0 die konventionelle Sehweite von ca. 250 mm. Für ein auf a_0 angepasstes Auge gilt:

$$T_{ok}(a_0) = \frac{a_0}{f_{ok}} + 1$$

Der Abbildungsmaßstab dagegen ergibt sich aus der Tubuslänge t durch:

$$\beta_{ob} = \frac{t}{f_{ob}}$$

Die Gesamtvergrößerung eines Mikroskops errechnet man durch:

$$T_{mik} = b_{ob} \cdot T_{ok} = \frac{t}{f_{ob}} \cdot \left(\frac{a_0}{f_{ok}} + 1 \right)$$

Nach diesen Gleichungen müsste man beliebig hohe Vergrößerungen erreichen können. Dass das aber nicht funktioniert lässt sich über eine wellenoptische Betrachtung feststellen

Dazu werden die beobachteten Körper durch eine Überlagerung von Gittern mit verschiedenen Gitterkonstanten d beschrieben. Betrachtet man zur Vereinfachung nur ein Gitter, so ergibt sich nach dem Huygens'schen Prinzip, sowie durch Interferenz in der Brennebene ein linienförmiges Beugungsmuster. Das Huygens'sche Prinzip besagt, dass konstruktive Interferenz genau dann stattfindet, wenn:

$$d \cdot \frac{\sin(\alpha)}{\lambda} = \text{ganzzahliges Vielfaches}$$

Wobei α der Winkel zwischen der Symmetrieebene und dem Lichtstrahl ist und λ die Wellenlänge des Lichtes.

Im weiteren Verlauf der Strahlen entsteht auf der Bildebene durch Interferenz das Bild des Gitters. Dabei müssen allerdings mindestens die Teilwellen von zwei benachbarten Beugungsordnungen von der Linse erfasst werden. Daraus ergibt sich, dass der Winkel für die erste Beugungsordnung höchstens gleich dem objektseitigen Öffnungswinkel γ sein darf, und es ergibt sich eine minimal auflösbare Gitterkonstante:

$$d_{min} = \frac{1}{\sin(\alpha_{max})}$$

Als numerische Apertur A bezeichnet man die Größe $A = n \cdot \sin(\alpha_{max})$. Sie bestimmt zusammen mit der Wellenlänge das Auflösungsvermögen des Mikroskops. n bezeichnet den Brechungsindex des Mediums welches den Zwischenraum von Objekt und Objektiv füllt. Also ergibt sich für d_{min} ebenfalls:

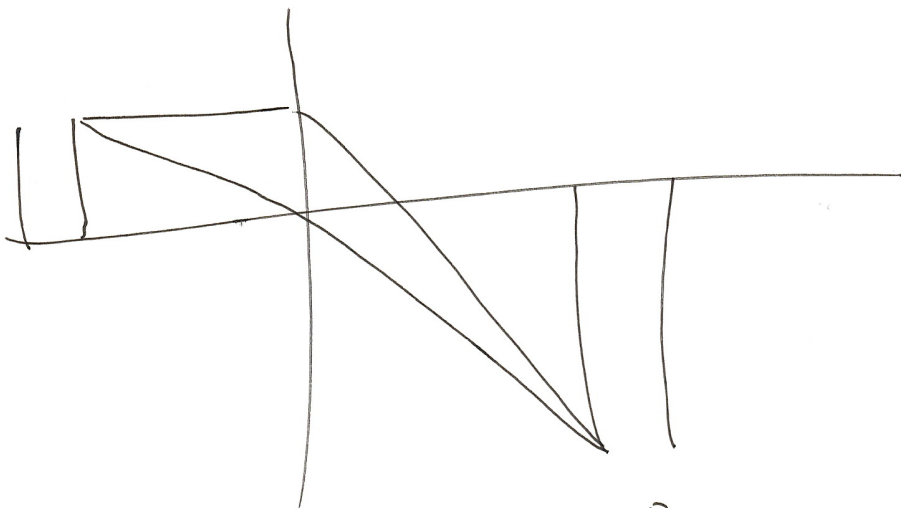
$$d_{min} = \frac{\lambda}{(n \cdot \sin(\alpha_{max}))}$$

Die für ein einzelnes Gitter getroffenen Aussagen lassen sich auf komplexere Objekte übertragen.

3 Aufgaben

1. Bestimmung der Brennweite beider Linsen nach der Besselschen Methode.
2. Aufbau eines Mikroskop-Strahlenganges.
3. Bestimmung der Vergrößerung für drei verschiedene Tubuslängen und Vergleich der Ergebnisse mit den theoretischen Erwartungen.
4. Kalibrierung eines Okularmikrometers (Messokular). Bestimmung des Drahtabstandes (Gitterkonstante) und der Drahtstärke eines Drahtnetzes (Kreuzgitter).
5. Überprüfung der Abbeschen Theorie. Beobachtung der Auflösungsgrenze des Mikroskops an dem Drahtgitter. Bestimmung der numerischen Apertur für diesen Grenzfall und Vergleich des daraus erwarteten kleinsten auflösbaren Punktabstandes mit der gemessenen Gitterkonstante.

Linsergleichung



Stralensätze

$$\frac{B}{G} = \dots$$

3